

B. POLOHOVÉ VLASTNOSTI ÚTVARŮ V PROSTORU

B.1 Vzájemná poloha čtyř bodů

1.

Je dána krychle $ABCDEFGH$.

- a) zjistěte, zda body E, G, B, X leží v jedné rovině. Bod X je střed hrany BF
- b) zjistěte, zda body A, C, K, L leží v jedné rovině. Body K, L jsou středy hran EF, FG
- c) zjistěte, zda body K, L, B, X leží v jedné rovině. Bod K je střed hrany AE , bod L je střed hrany DH a bod X leží na hraně EF a platí $|XE| = 2|XF|$.
- d) zjistěte, zda v krychli $ABCDEFGH$ leží uvedené body K, L, M, S v jedné rovině. Bod K je střed hrany AE , bod L je střed hrany DH , bod M je střed hrany BF a bod S je střed krychle

2.

Je dán pravidelný osmistěn $ABCDEFG$. Zjistěte, zda uvedené body B, D, F, K leží v jedné rovině. Bod K leží na úhlopříčce EF a platí $3|EK| = |FK|$.

B.2 Vzájemná poloha dvou přímek

3.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Rozhodněte o vzájemné poloze přímek:

- a) AS_{GH} a $S_{AB}D$
- b) AP a BS_{CG} , bod P je střed stěny $CDGH$
- c) AP a $S_{AE}S_{GH}$, bod P je střed stěny $CDGH$
- d) AS_{GH} a EC
- e) $S_{AB}S_{AD}$ a FH
- f) AH a $S_{BF}G$
- g) BD a $S_{BF}H$
- h) BH a $S_{AE}S_{CG}$

4.

V pravidelném čtyřbokém jehlanu $ABCDV$ rozhodněte o vzájemné poloze přímek:

- a) AS_{DV} a BS_{CV}

- b) AB a $S_{CV}S_{DV}$
- c) BV a CD
- d) CV a $S_{AB}S_{AV}$
- e) DV a $S_{DB}S_{BV}$

5.

V pravidelném osmistěnu $ABCDEF$ rozhodněte o vzájemné poloze přímek:

- a) DS_{AF} a BS_{CE}
- b) AS_{CE} a $S_{AF}S_{CF}$
- c) AD a CS_{BF}

B.3 Průnik roviny a tělesa

Při konstrukci řezů na tělesech se řídíme těmito třemi pravidly:

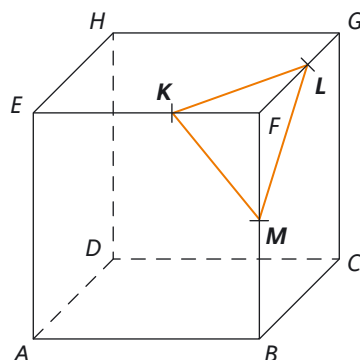
- **pravidlo č. 1:** strany řezu tvoří body, které leží v jedné stěně tělesa, (lze spojit body ležící v téže rovině stěny tělesa),
- **pravidlo č. 2:** strany řezu, které leží v rovnoběžných rovinách jsou navzájem rovnoběžné,
- **pravidlo č. 3:** jestliže dvě průsečnice tří rovin procházejí jedním bodem, musí jím procházet také třetí průsečnice.

Poznámka: V zadání příkladů nebude výslovně uváděno, kde body určující rovinu řezu leží, a tudíž čtenář se bude orientovat podle obrázku.

6.

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou určenou body KLM .

Řešení:



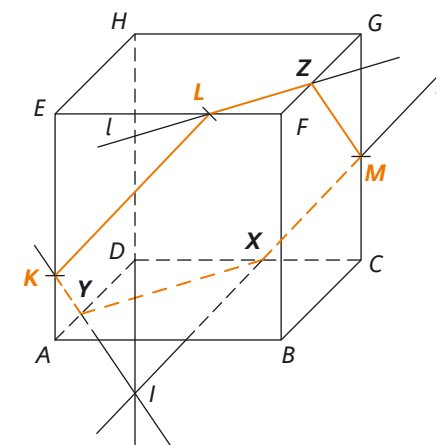
Rovina řezu je určena body KLM . Protože bod K leží na hraně EF , bod L leží na hraně FG a body EFG určují rovinu, ve které leží horní podstava $EFGH$ krychle $ABCDEFGH$, proto v této rovině musí ležet i přímka KL , proto spojíme body KL a úsečka KL tak určuje jednu stranu řezu.

Analogicky totéž provedeme s body LM a KM , tedy podle pravidla č. 1 spojíme body KL , LM a MK , čímž je řez sestrojený.

7.

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou určenou body KLM .

Řešení:

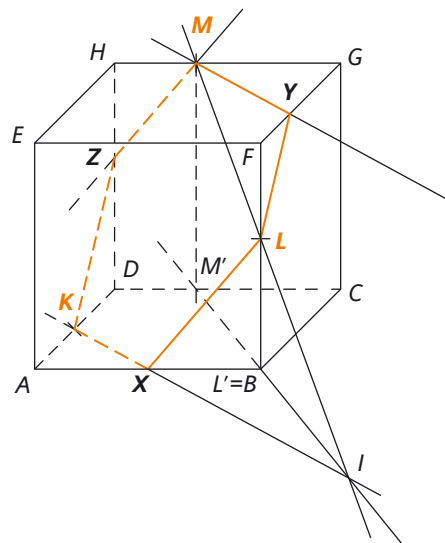


1. Body KL leží v téže rovině stěny $ABEF$ a podle pravidla č. 1 tvoří stranu řezu.
2. Roviny ABF a DCG jsou rovnoběžné, takže podle pravidla č. 2 vedeme bodem M rovnoběžku m s KL .
3. Průnik přímky m a hrany DC je bod X .
4. Další body řezu sestrojíme užitím pravidla č. 3. Roviny ADH , CDG a KLM se protínají v jednom bodě $I \in DH$, kterým procházejí všechny průsečnice těchto rovin. ADH a CDG se protínají v přímce HD a na ní bude ležet bod I , jímž procházejí další dvě průsečnice. Tento bod I určíme jako průsečík přímek HD a m . Přímka IK je průsečnice rovin ADH a KLM .
5. Bod řezu Y je průsečíkem přímky KI s hranou AD .
6. Bodem L vedeme rovnoběžku l s XY .
7. Průnik přímky l a hrany FG je bod Z .
8. Řez je určen body $LZMXYK$.

8.

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou určenou body KLM .

Řešení:

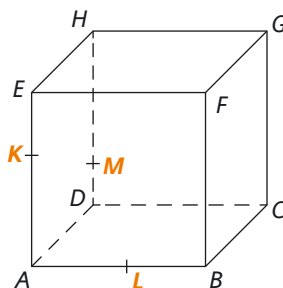


1. Nemůžeme využít žádné pravidlo. Sestrojíme průsečík přímky LM s rovinou podstavy ABC , a to tak, že sestrojíme pravouhlý průmět této přímky do roviny stěny ABC , což je přímka $L'M'$. Průsečík přímky LM s $L'M'$ je bod I , což je průsečík přímky LM s rovinou podstavy ABC .
2. Sestrojíme přímku KI a její průsečík s hranou AB je další bod řezu X .
3. Spojíme LX .
4. Bodem M vedeme rovnoběžku m s přímkou KX a její průsečík s hranou FG je bod řezu Y .
5. Spojíme LY .
6. Dále bodem M vedeme rovnoběžku l s přímkou LX .
7. Bod Z , který je průsečíkem přímky l a hrany HD , je bodem řezu a spojíme ho s bodem K .

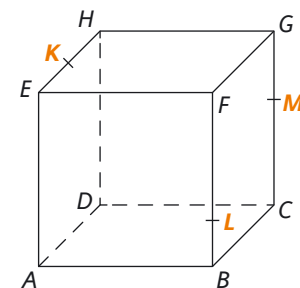
9.

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou určenou body KLM .

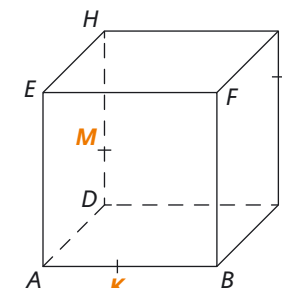
a)



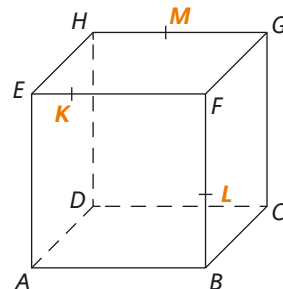
b)



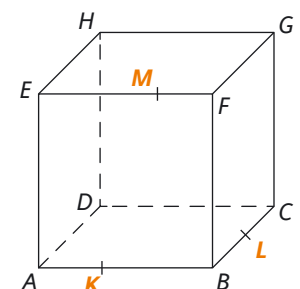
c)



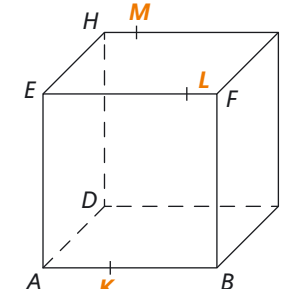
d)



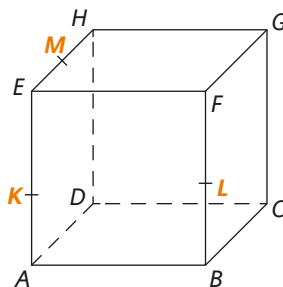
e)



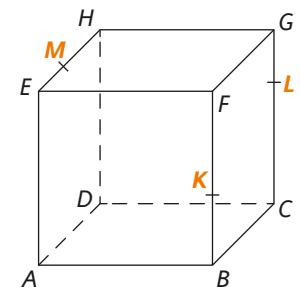
f)



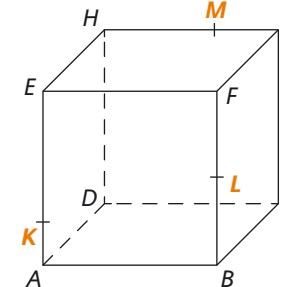
g)



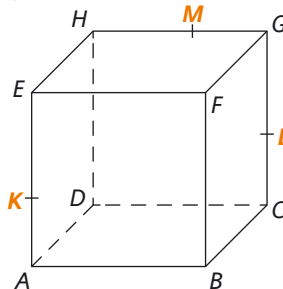
h)



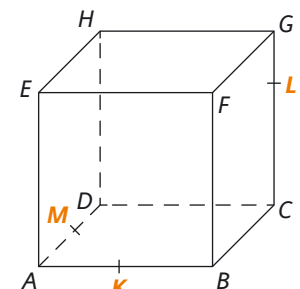
i)



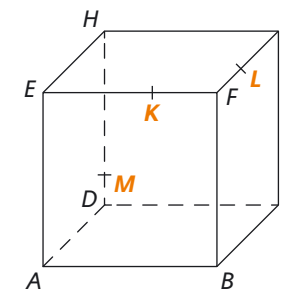
j)

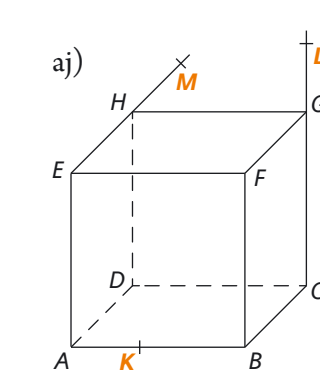
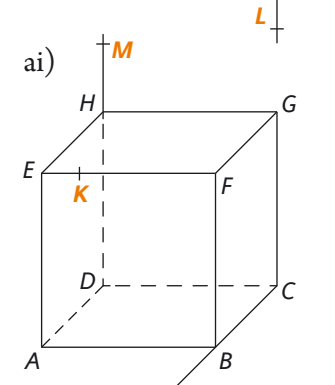
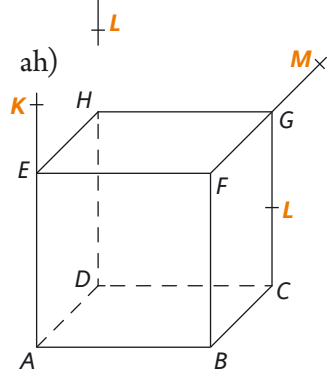
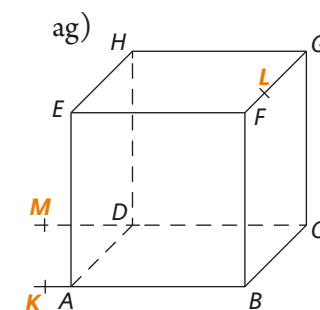
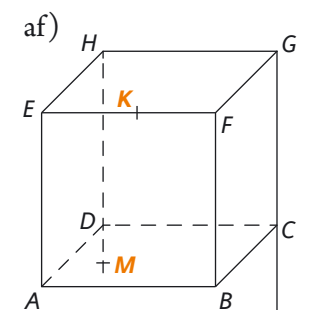
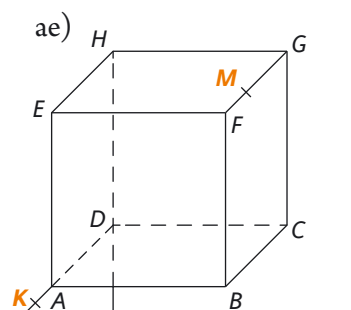
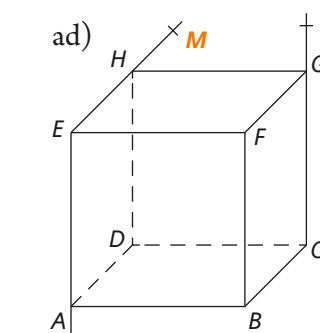
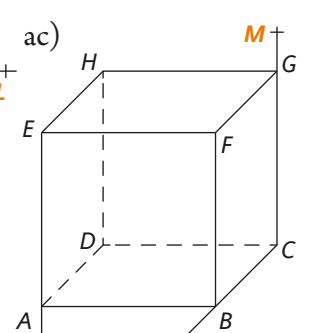
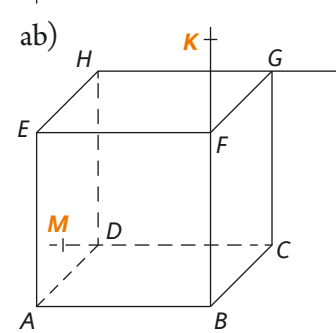
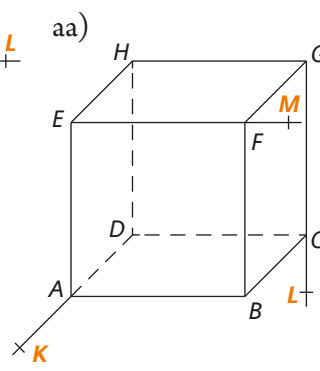
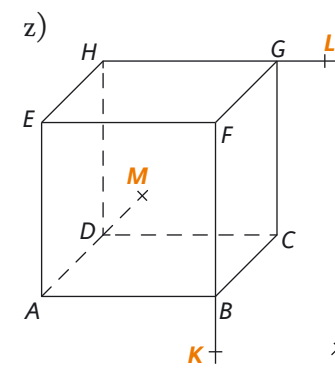
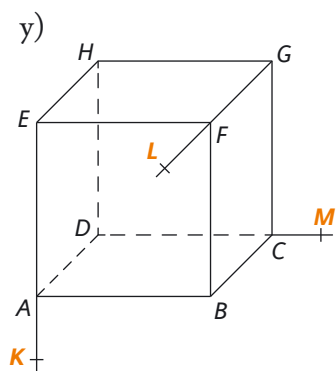
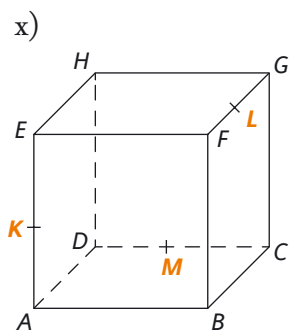
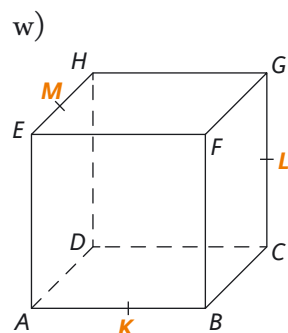
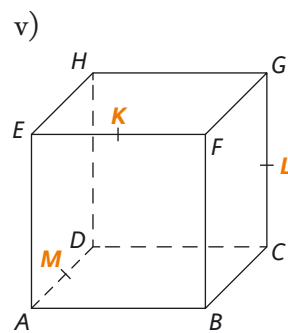
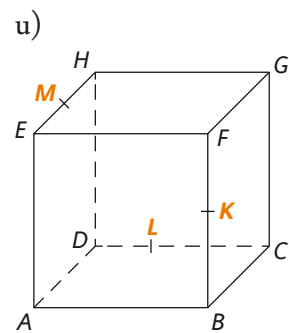
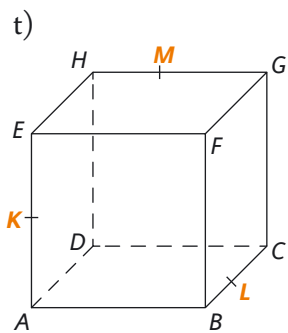
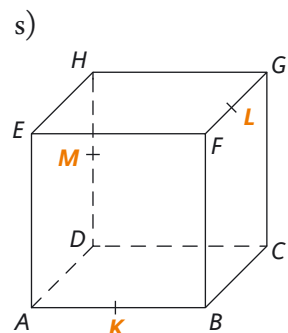
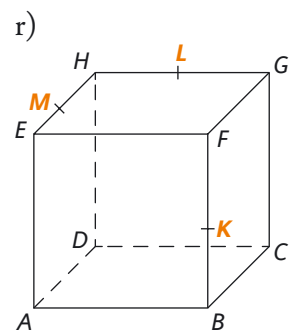
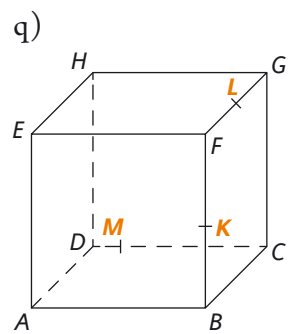
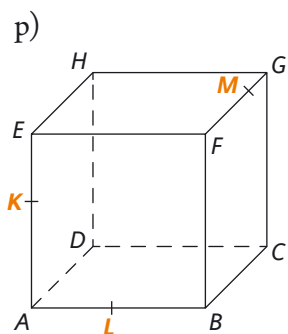
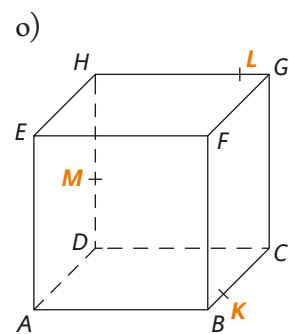
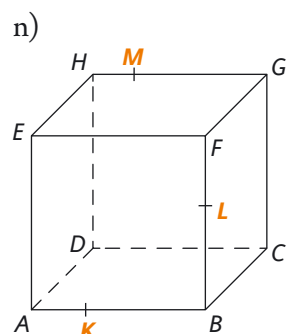
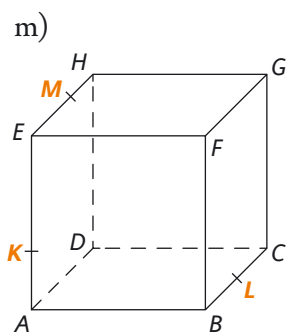


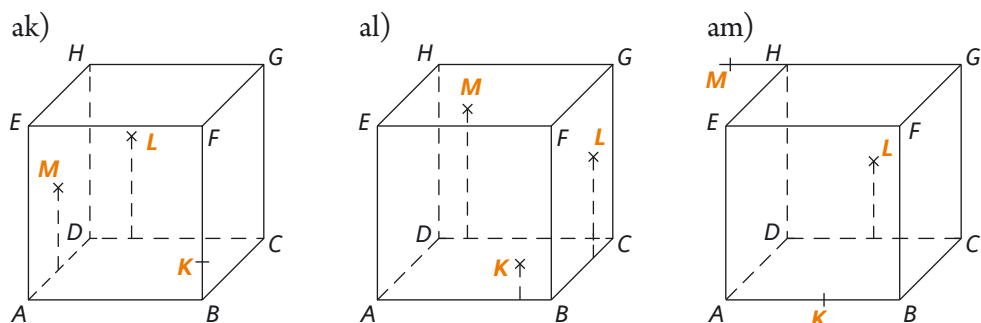
k)



l)



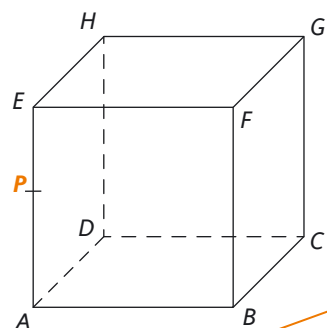




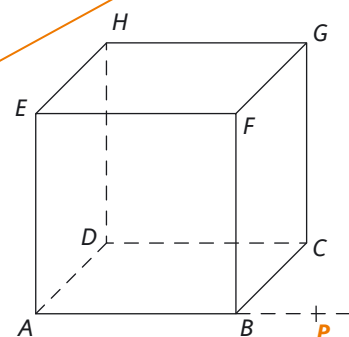
10.

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou určenou bodem P a přímkou p , jestliže přímka p leží v rovině

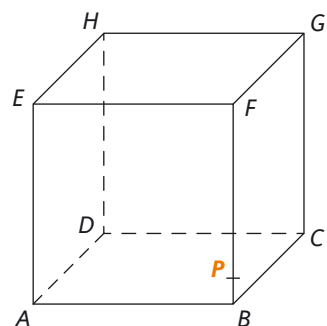
a) ABC



b) EFG



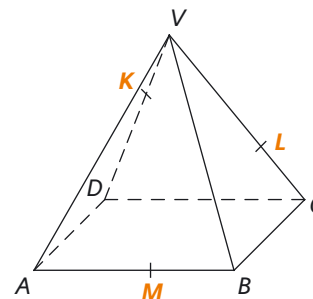
c) CDG



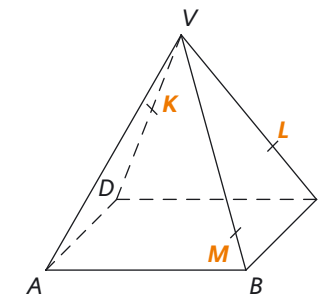
11.

Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou KLM .

a)

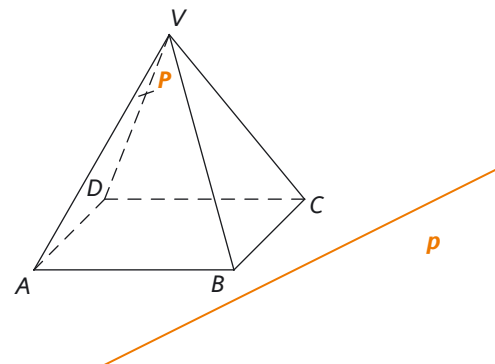


b)



12.

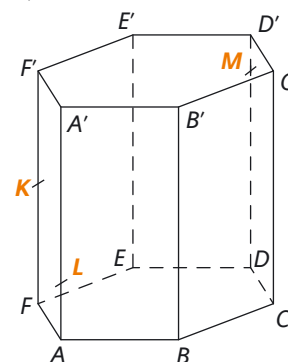
Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou bodem P a přímkou p , jestliže přímka p leží v rovině ABC .



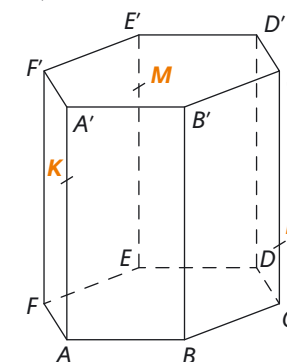
13.

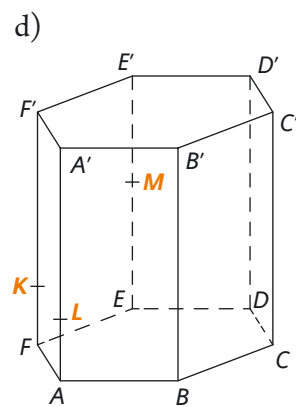
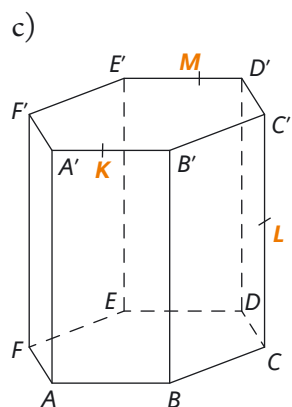
Sestrojte řez pravidelného šestibokého hranolu $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$ rovinou KLM .

a)



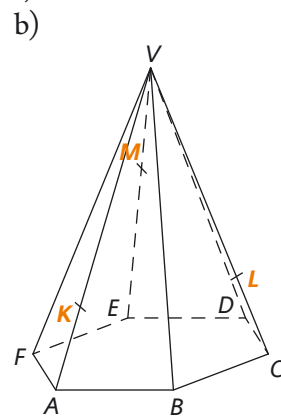
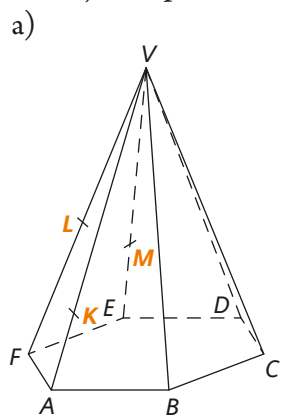
b)





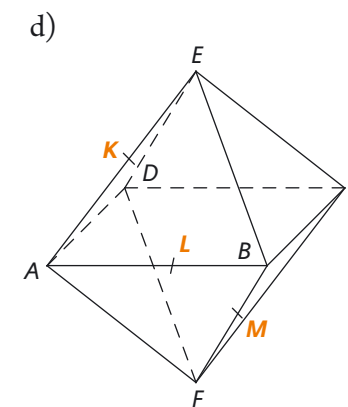
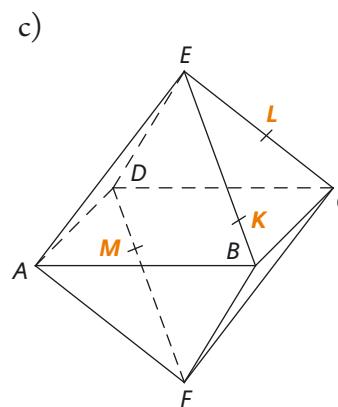
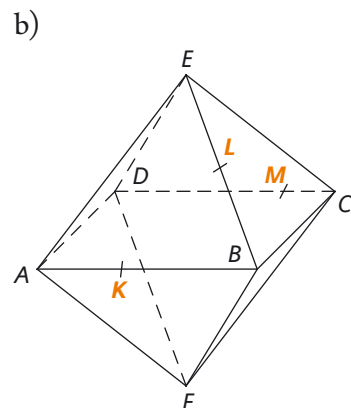
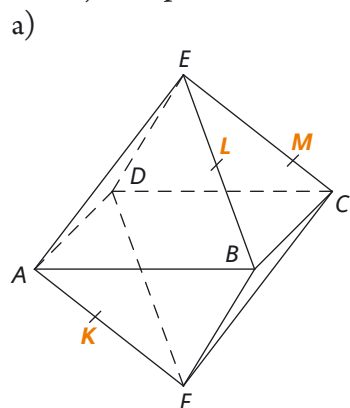
14.

Sestrojte řez pravidelného šestibokého jehlanu $ABCDEFV$ rovinou KLM .



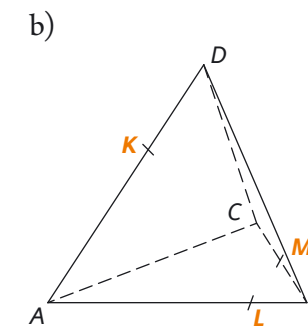
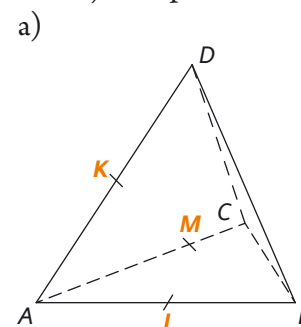
15.

Sestrojte řez pravidelného osmistěnu $ABCDEF$ rovinou KLM .



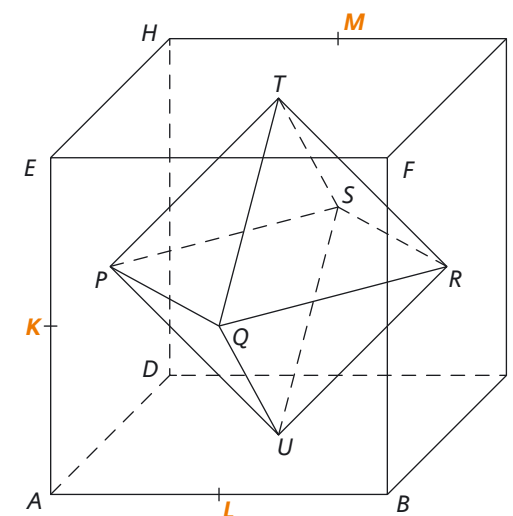
16.

Sestrojte řez pravidelného čtyřstěnu $ABCD$ rovinou KLM .



17.

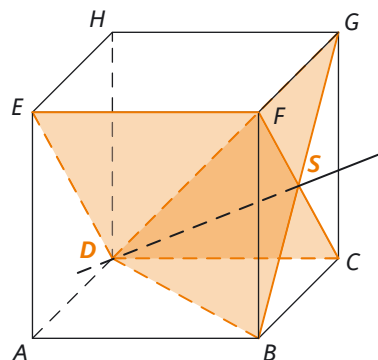
Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ a současně řez pravidelného osmistěnu $PQRSTU$ rovinou KLM .



B.4 Vzájemná poloha dvou rovin

18.

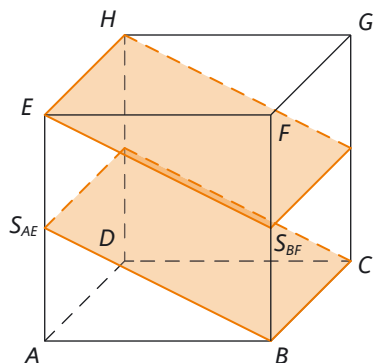
Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin CEF a BDG , je-li dána krychle $ABCDEFGH$, v případě různoběžných rovin sestrojte jejich průsečnici.



Roviny CEF a BDG jsou různé a mají společný bod D , tedy průsečnice těchto rovin musí procházet bodem D . Dále platí pro různoběžné přímky BG a CF , které leží v rovině stěny krychle BCF , že BG leží v rovině BDG a CF leží v rovině CEF , proto bod $S = BG \cap CF$ náleží současně oběma rovinám a je dalším bodem průsečnice p . Protože je $D \neq S$, je přímka $p = DS$ hledanou průsečnicí rovin CEF a BDG .

19.

Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin BCS_{AE} a EHS_{BF} , je-li dána krychle $ABCDEFGH$, v případě různoběžných rovin určete jejich průsečnici.



Ukážeme, že rovina EHS_{BF} je rovnoběžná s rovinou BCS_{AE} . V rovině EHS_{BF} si vybere např. přímky EH a ES_{BF} a ukážeme, že tyto přímky jsou rovnoběžné s rovinou BCS_{AE} . Přímka EH je rovnoběžná s přímkou $S_{AE}S_{DH}$ a přímka ES_{BF} je rovnoběžná s přímkou $S_{AE}B$, tedy v rovině EHS_{BF} existují dvě různoběžné přímky rovnoběžné s rovinou BCS_{AE} , a proto jsou roviny BCS_{AE} a EHS_{BF} rovnoběžné.

20.

Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin, je-li dána krychle $ABCDEFGH$, v případě různoběžných rovin určete jejich průsečnici.

- BFS_{AC}, HFS_{EH}
- AFH, BDG
- EFH, BCS_{AE}
- $ABS_{DH}, S_{AB}S_{CG}S_{CH}$
- ACE, AFH
- EGS_{BC}, BHF
- ABG, HFS_{AD}
- ABC, FHS_{AE}
- ABC, AFH
- ACF, CGS_{AB}
- $ACH, S_{AB}S_{BC}S_{EF}$
- $AS_{EF}S_{EH}, CDS_{FG}$
- $BEG, S_{AB}S_{BC}S_{CG}$
- $AS_{EF}S_{EH}, CS_{FG}S_{HG}$
- $BCS_{AE}, BS_{EF}S_{FG}$
- ACS_{DH}, BCS_{EF}

21.

Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin, je-li dán jehlan $ABCDV$, v případě různoběžných rovin určete jejich průsečnici.

- $BVS_{AD}, DS_{BC}S_{CV}$
- ACV, BDS_{CV}
- BCV, ADV
- $ACS_{CV}, VS_{AD}S_{BC}$
- $BDV, S_{BC}S_{CV}K, K \in AD \wedge |DK| = 3|AK|$
- $ABC, S_{CV}S_{AV}K, K \in BV \wedge |VK| = 3|BK|$
- $BCV, S_{AV}CK, K \in AB \wedge |AK| = 3|BK|$

22.

Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin BDS_{AF} a $S_{AE}S_{BE}S_{CE}$, je-li dán pravidelný osmistěn $ABCDEFGH$.

B.5 Vzájemná poloha tří rovin

23.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Rozhodněte o vzájemné poloze tří rovin.

- ECG, BDF, ABH
- $BCE, ADE, S_{AE}S_{CG}S_{AF}$
- $ADE, BCS_{EF}, S_{AF}S_{CG}S_{BF}$
- $BDG, BDE, S_{EF}S_{FG}S_{EH}$
- $BDH, S_{AB}S_{AD}S_{AE}, S_{FG}S_{GH}S_{CG}$
- $AGH, S_{BF}S_{CG}S_{GH}, S_{AE}S_{AB}S_{CD}$

24.

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Rozhodněte o vzájemné poloze tří rovin.

- $ACV, BDV, S_{AV}S_{BV}S_{CV}$
- $ACV, S_{AB}S_{BC}S_{BV}, S_{AD}S_{CD}S_{DV}$
- $DBV, S_{AB}S_{AD}V, S_{BC}S_{CD}V$

25.

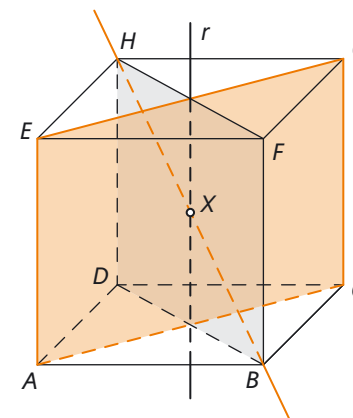
Je dán pravidelný osmistěn $ABCDEFG$. Rozhodněte o vzájemné poloze tří rovin.

- ABC, BEF, ACE
- $ABS_{CE}, CDS_{AF}, S_{AB}S_{CD}E$

B.6 Vzájemná poloha přímky a roviny

26.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete průsečík přímky BH s rovinou ACE .



Přímku BH proložíme vhodnou rovinu, v tomto případě to bude rovina BDH . Sestrojíme průsečnici r těchto rovin. Hledaný průsečík přímky BH a roviny ACE je bod X , který je průsečíkem přímek BH a r .

27.

Je dána krychle $ABCDEFGH$, rozhodněte o vzájemné poloze roviny a přímky, v případě různoběžnosti určete průsečík.

- EC, ABH
- BF, EGC
- FH, BDH
- AG, BHS_{AB}

28.

V krychli $ABCDEFGH$ jsou body P, Q, R, S po řadě středy stěn $ADEH, ABEF, BCFG, CDGH$.

Určete vzájemnou polohu:

- přímky PQ a roviny EFG
- přímky RS a roviny ABC
- přímky QR a roviny DHC
- přímky PR a roviny ABF

29.

Je dána krychle $ABCDEFGH$, rozhodněte o vzájemné poloze přímky a roviny, v případě různoběžnosti určete průsečík.

- přímky PR a roviny $S_{AB}S_{DC}S_{EF}$, body P, R jsou po řadě středy stěn $ADEH, BCFG$

- b) přímky KL a roviny BDF , bod K leží na AE a platí $|EK| = 2|AK|$, bod L leží na CG a platí $|GL| = 2|CL|$
 c) přímky $S_{BF}S_{DH}$ a roviny $BS_{EF}S_{FG}$
 d) přímky FS_{DH} a roviny $S_{AB}S_{BC}S_{AE}$

30.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Zjistěte, zda leží:

- a) přímka KD v rovině ABC , bod K leží na BC a platí $|BK| = 2|CK|$
 b) přímka BH v rovině ACG
 c) přímka AD v rovině AFH
 d) přímka PR v rovině ABG , body P, R jsou po řadě středy stěn $ADEH, BCFG$

31.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Zjistěte, zda body E, B a přímka DH leží v jedné rovině.

32.

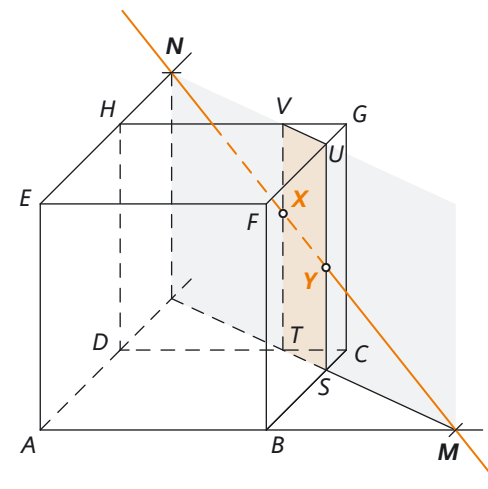
Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Sestrojte průsečík přímky s rovinou

- a) přímky CS_{AV} s rovinou KLV , K leží na AB a platí $|BK| = 3|AK|$, L leží na CD a platí $|DL| = 3|CL|$
 b) přímky VS_{AC} s rovinou $S_{AB}S_{CV}D$
 c) přímky VS_{AC} s rovinou $AS_{BC}S_{CV}$
 d) přímky CS_{AV} s rovinou KLM , K leží na AB a platí $|AK| = 3|BK|$, L leží na CV a platí $|CL| = 2|VL|$, M leží na DV a platí $|MV| = 3|DM|$
 e) přímky BV s rovinou JKL , J leží na AB a platí $|BJ| = 3|AJ|$, K leží na CV a platí $|VK| = 3|CK|$, L leží na DV a platí $|DL| = 3|LV|$
 f) přímky VS_{BC} s rovinou $S_{AB}S_{AV}S_{CD}$

B.7 Průnik přímky s hranicí tělesa

33.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete průsečíky přímky MN s hranicí krychle. Bod M leží na AB , bod N leží na EH



Přímkou MN proložíme rovinu rovnoběžnou se svislými hranami krychle (tzv. směrovou rovinu) a určíme její řez $STUV$ s krychlí. Přímka MN protíná hranici tohoto řezu (tj. hranici krychle) v bodech XY .

34.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete průsečíky přímky PQ s hranicí krychle. Pro body P, Q platí:

- a) $B = S_{AP}, H = S_{QG}$
 b) P leží na $\rightarrow DH$ a platí $|DP| = 1,5|DH|$, $B = S_{QD}$
 c) P leží na $\rightarrow CB$ a platí $|CP| = 1,5|BC|$, Q leží na $\rightarrow EH$ a platí $|EQ| = 1,5|EH|$
 d) P leží na $\rightarrow FB$ a platí $|FP| = 1,25|BF|$, Q leží na $\rightarrow DH$ a platí $|DQ| = 1,25|DH|$

35.

Je dán pravidelný šestiboký hranol $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$. Určete průsečíky přímky MN s hranicí hranolu. Pro body M, N platí:

- a) $F = S_{ME}, N$ leží na $\rightarrow B'C'$ a platí $|B'N| = 1,25|B'C'|$
 b) $B = S_{AM}, N$ leží na $\rightarrow EE'$ a platí $|EN| = 1,25|EE'|$

150.

Objem kulové výseče se rovná $\frac{1}{4}$ objemu koule, z níž výseč vznikla. Určete povrch výseče, je-li poloměr koule r .

151.

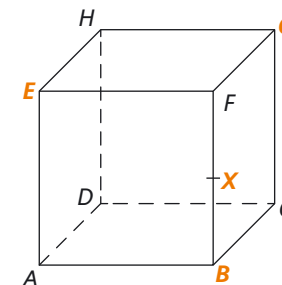
Kulová vrstva je omezena hlavním kruhem o poloměru r a kruhem, jehož obsah je roven $\frac{1}{5}$ obsahu hlavního kruhu. Vypočítejte objem a povrch kulové vrstvy.

Poznámka.

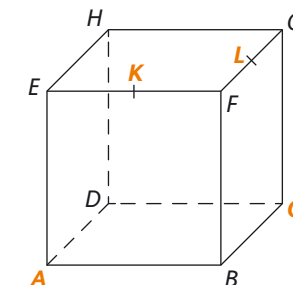
Hlavní kruh je kruh, který obsahuje střed koule.

VÝSLEDKY ÚLOH

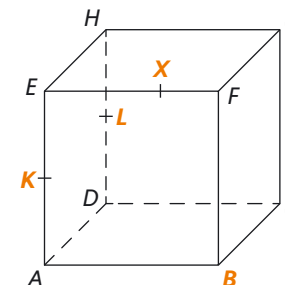
1. a) neleží



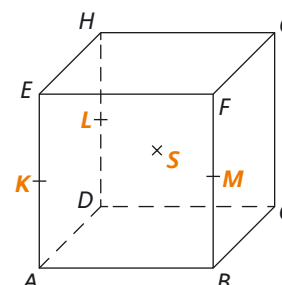
b) leží



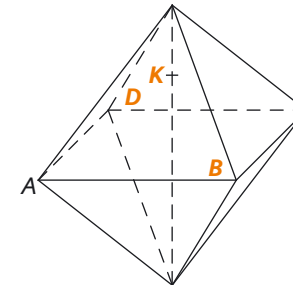
c) neleží



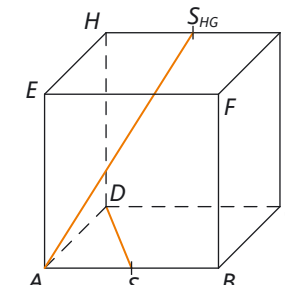
d) leží



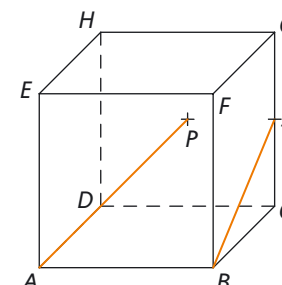
2. leží



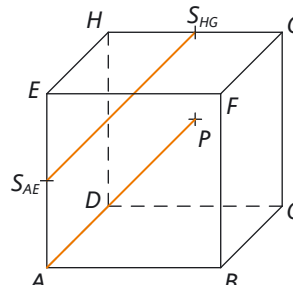
3. a) mimoběžky



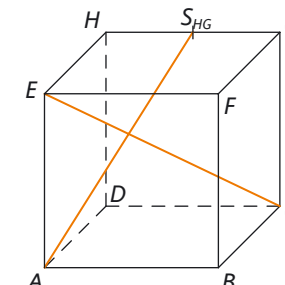
b) různoběžky



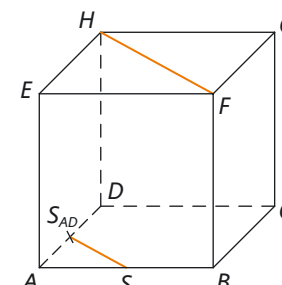
c) rovnoběžky



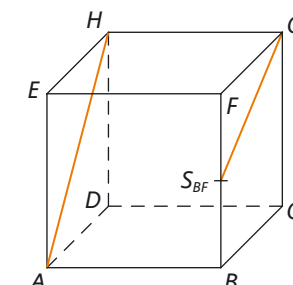
d) mimoběžky



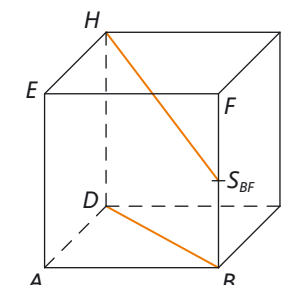
e) rovnoběžky



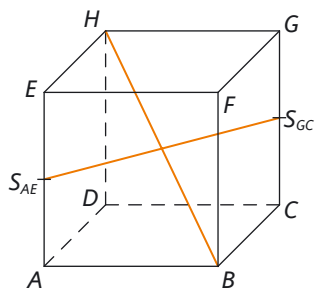
f) mimoběžky



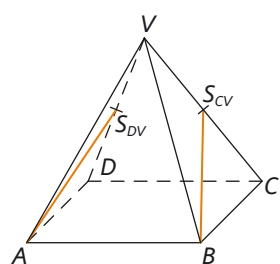
g) různoběžky



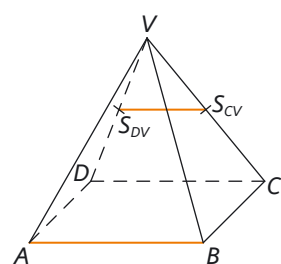
h) různoběžky



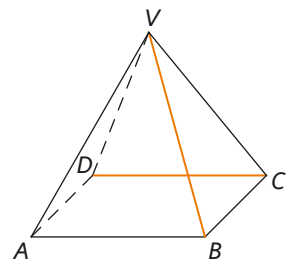
4. a) různoběžky



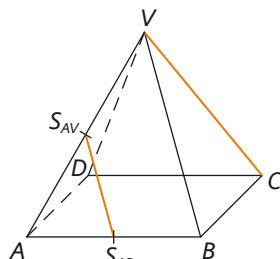
b) rovnoběžky



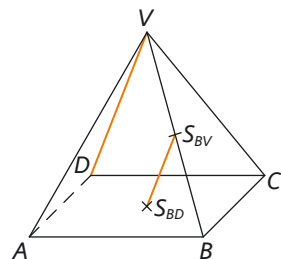
c) mimoběžky



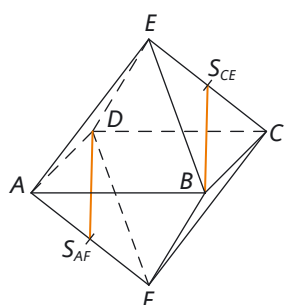
d) mimoběžky



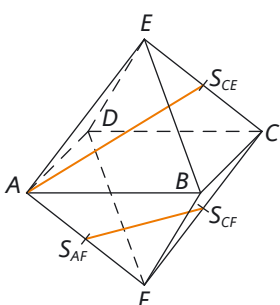
e) rovnoběžky



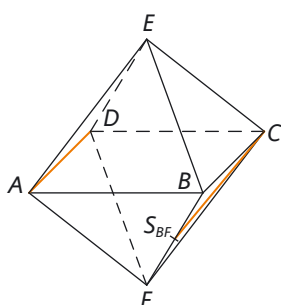
5. a) rovnoběžky



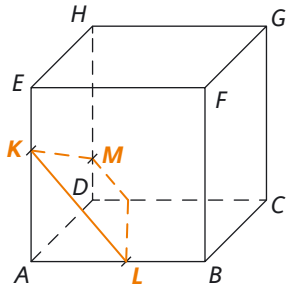
b) různoběžky



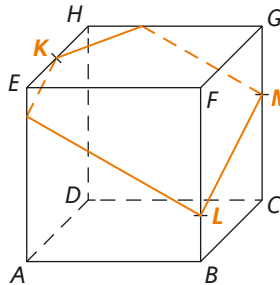
c) mimoběžky



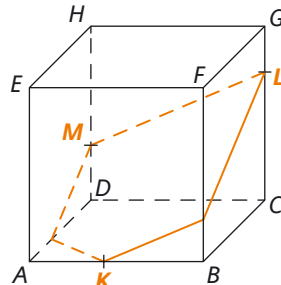
9. a)



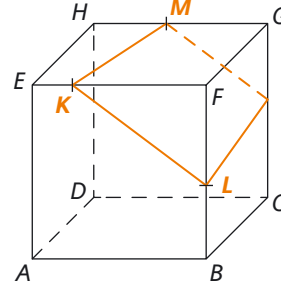
b)



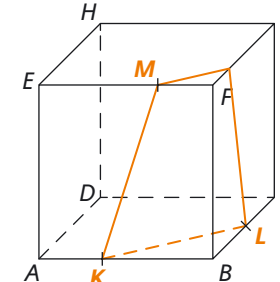
c)



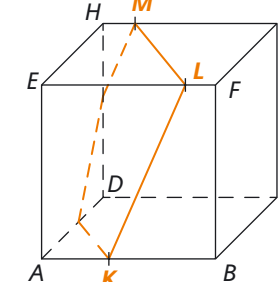
d)



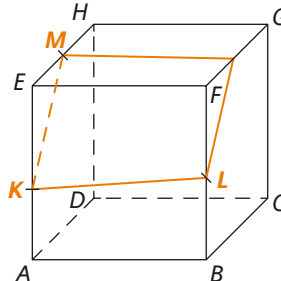
e)



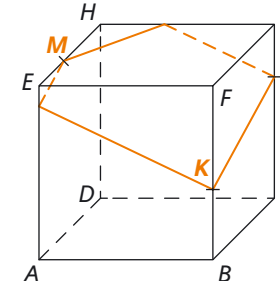
f)



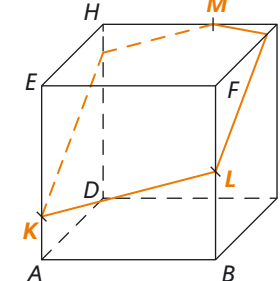
g)



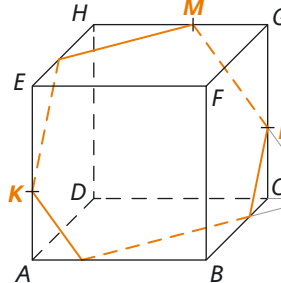
h)



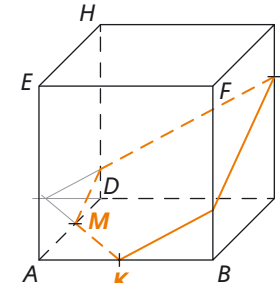
i)



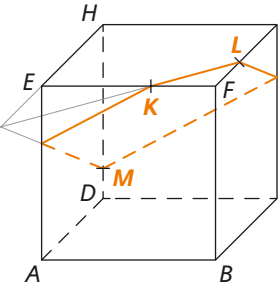
j)



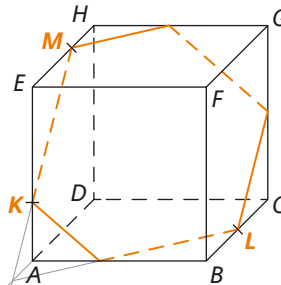
k)



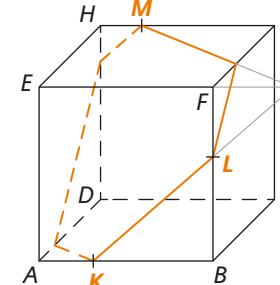
l)



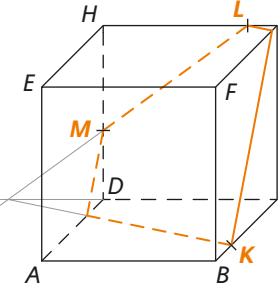
m)

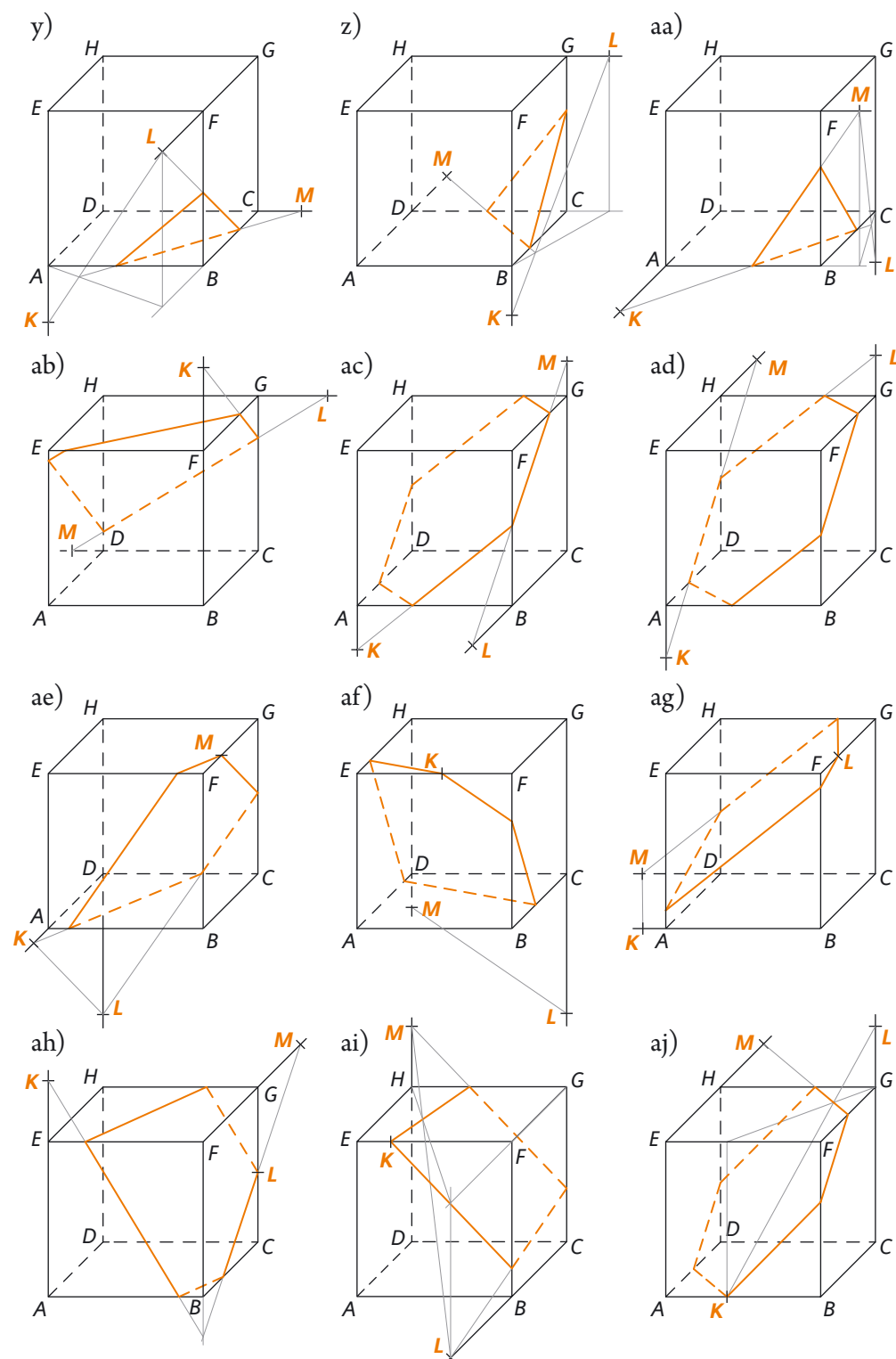
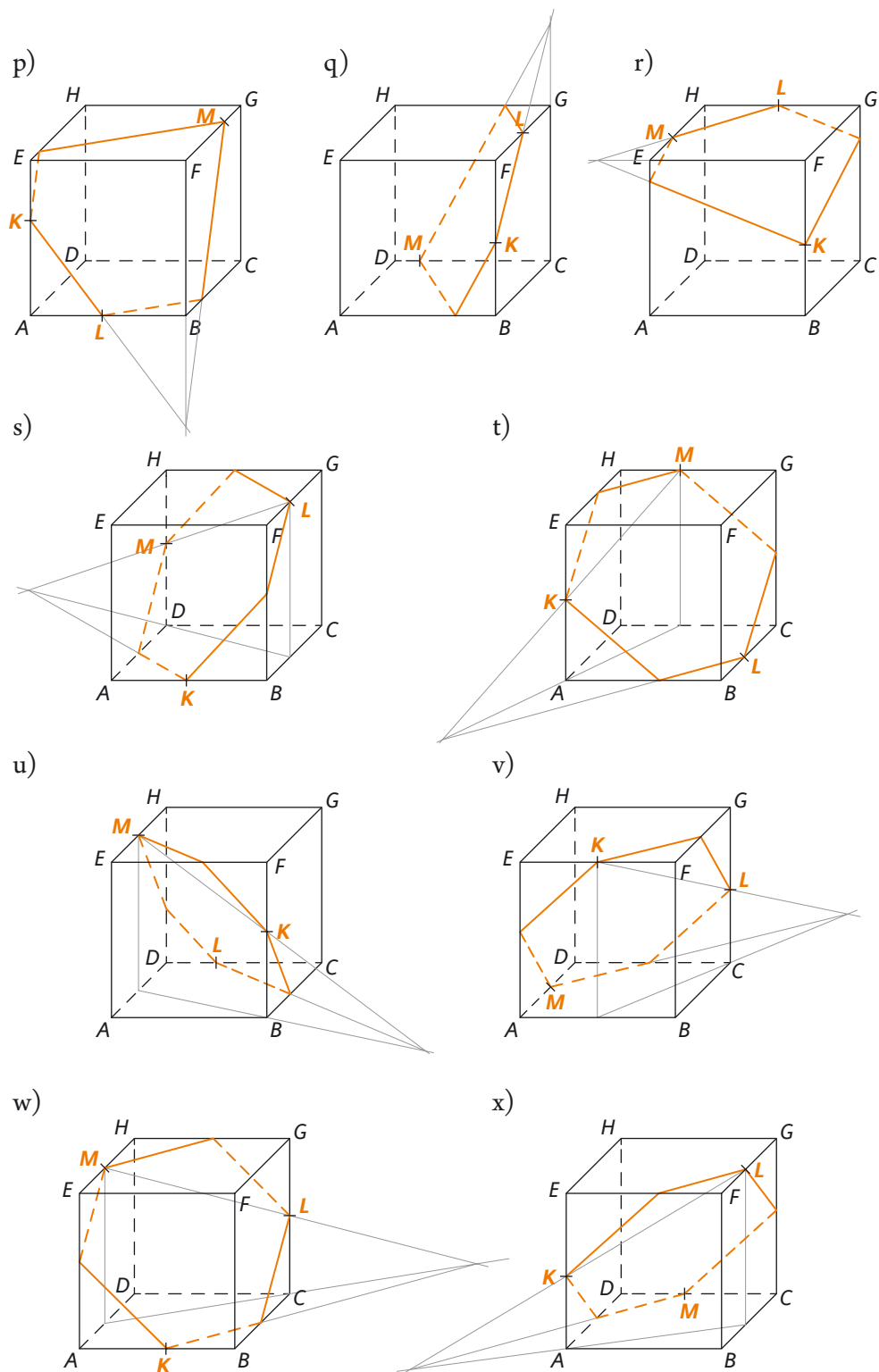


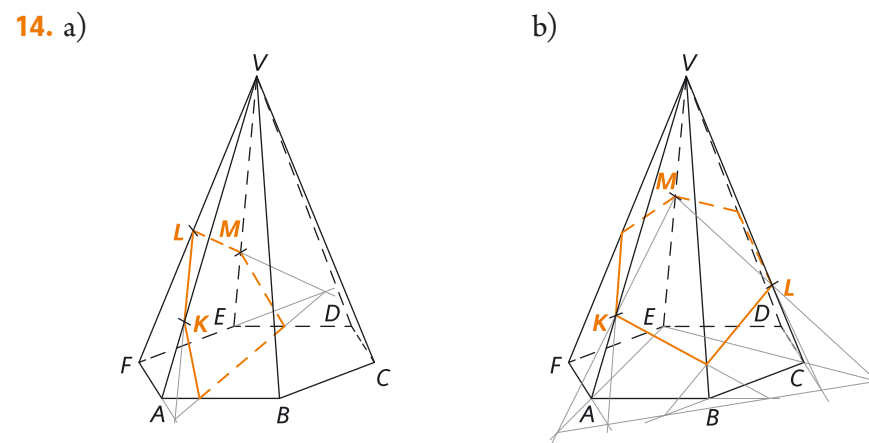
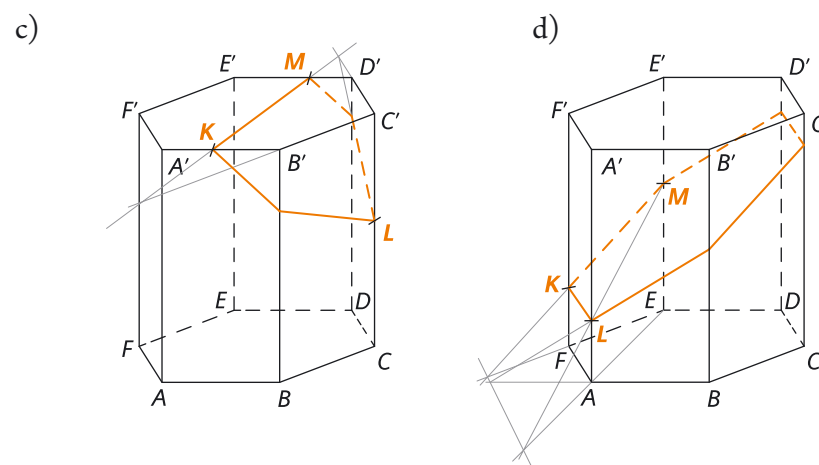
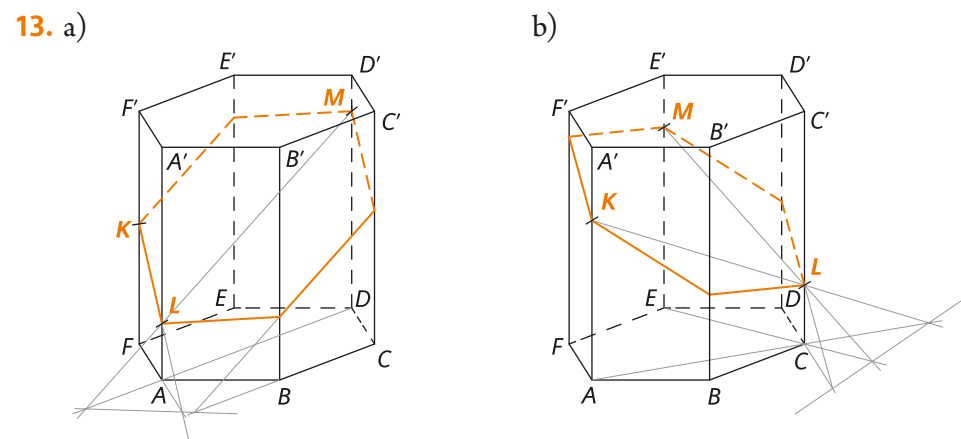
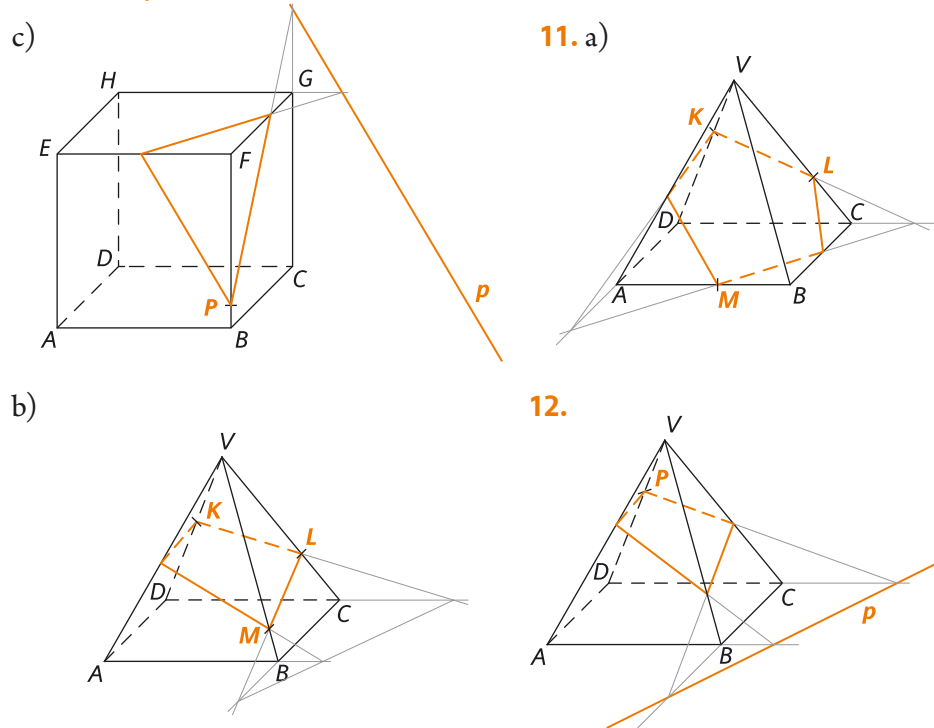
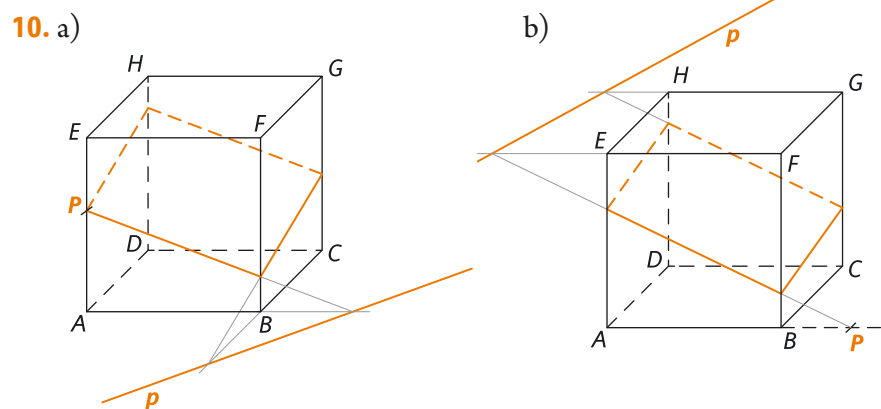
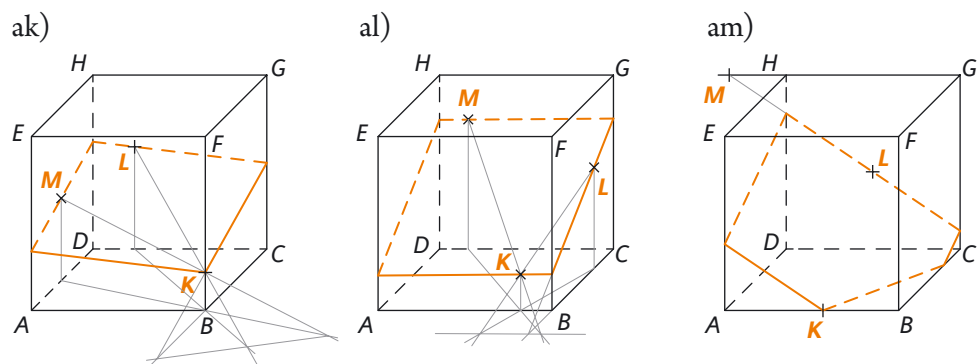
n)



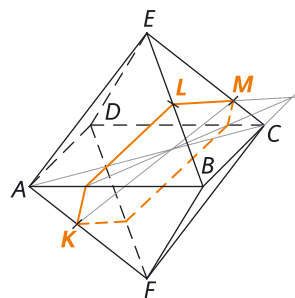
o)



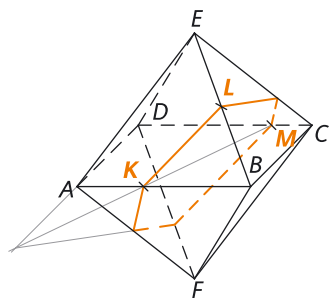




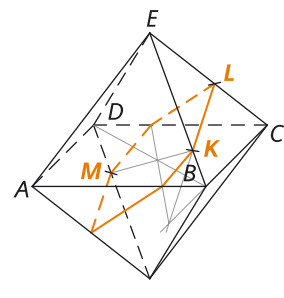
15. a)



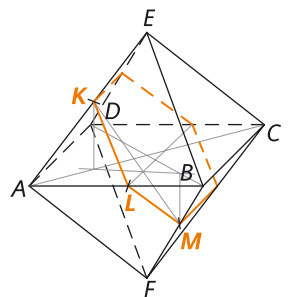
b)



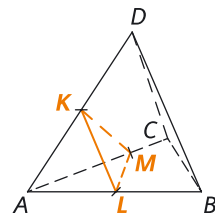
c)



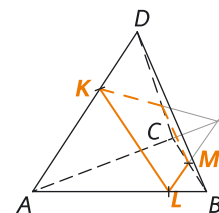
d)



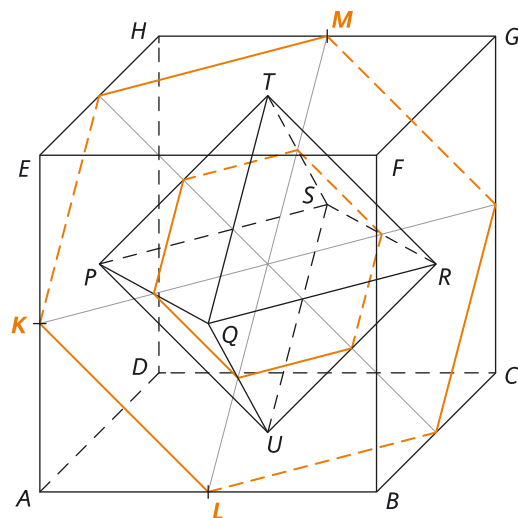
16. a)



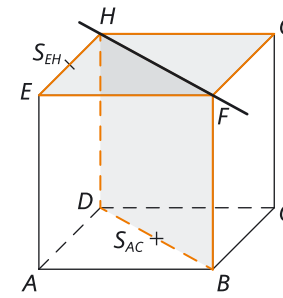
b)



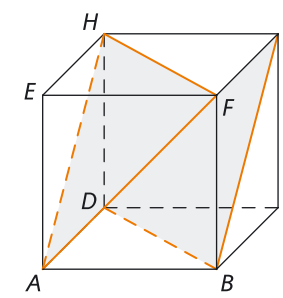
17.



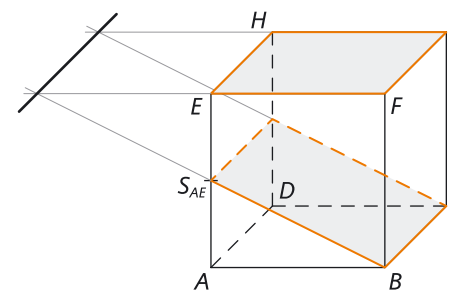
20. a) různoběžné: HF



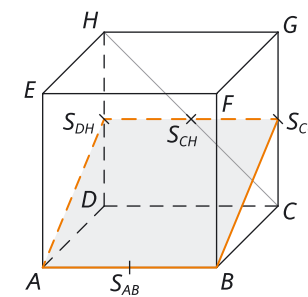
b) rovnoběžné



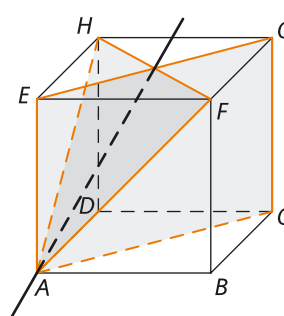
c) různoběžné



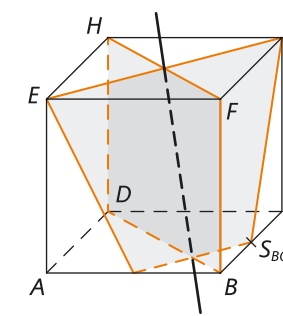
d) splývají



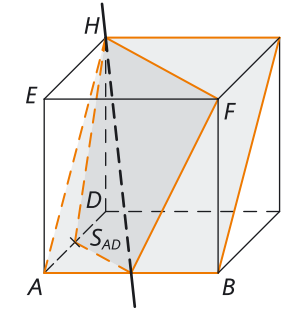
e) různoběžné



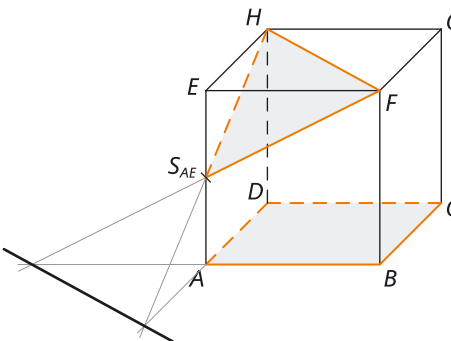
f) různoběžné



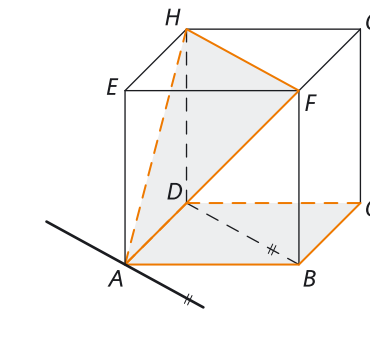
g) různoběžné



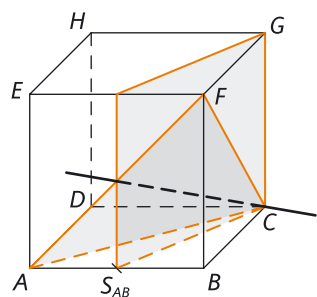
h) různoběžné



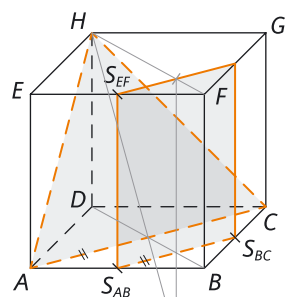
i) různoběžné



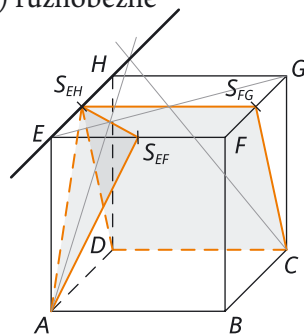
j) různoběžné



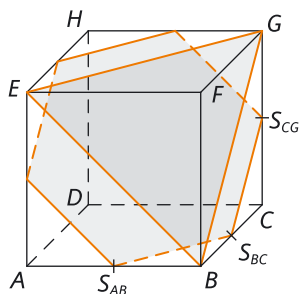
k) různoběžné



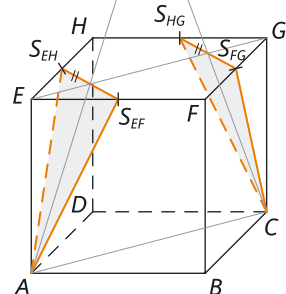
l) různoběžné



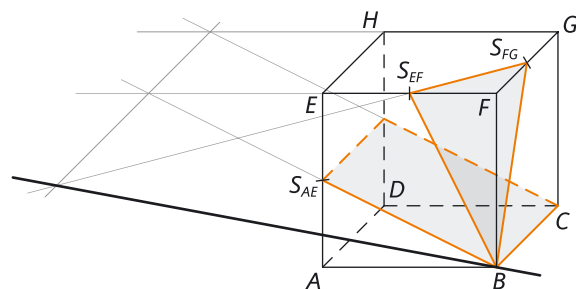
m) rovnoběžné



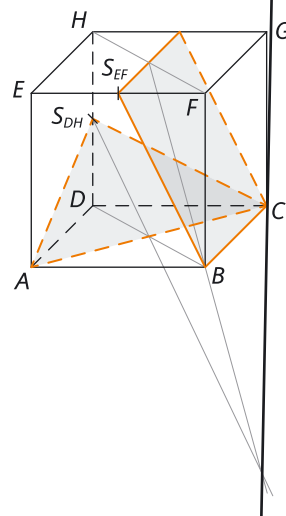
n) různoběžné



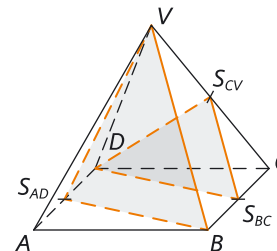
o) různoběžné



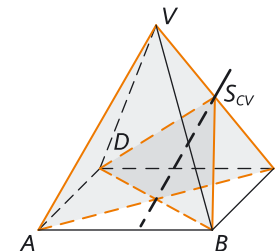
p) různoběžné



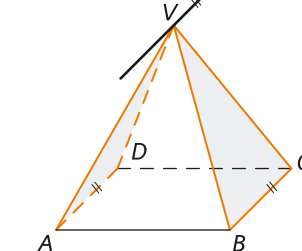
21. a) rovnoběžné



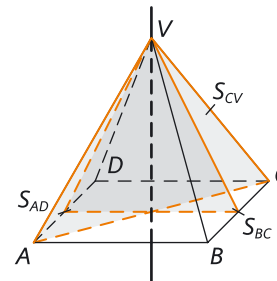
b) různoběžné



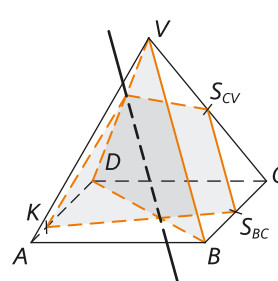
c) různoběžné



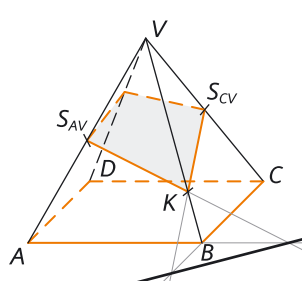
d) různoběžné



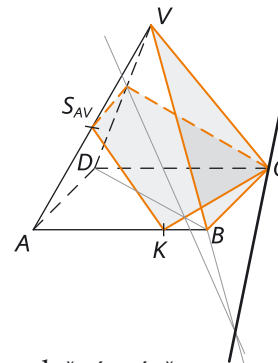
e) různoběžné



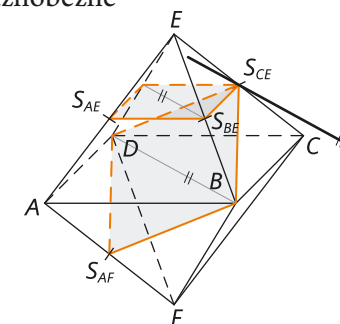
f) různoběžné



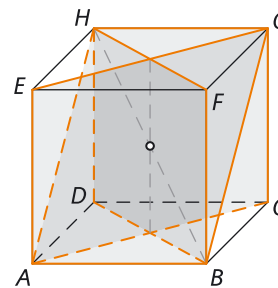
g) různoběžné



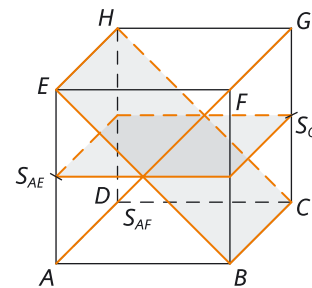
22. různoběžné



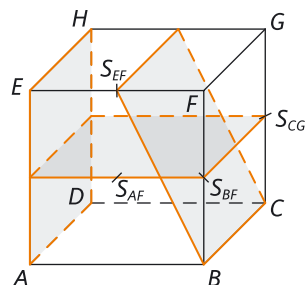
23. a) společný právě jeden bod



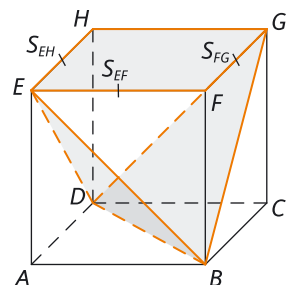
b) protínají se v jedné přímce



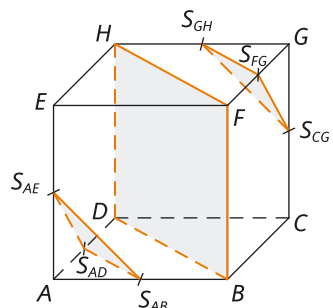
c) protínají se ve třech navzájem rovnoběžných přímkách



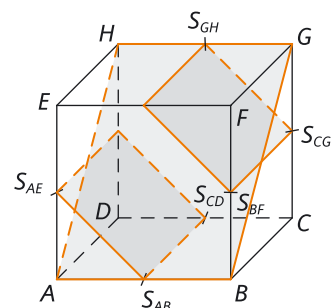
d) protínají se ve třech navzájem rovnoběžných přímkách



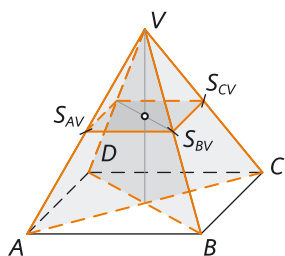
e) roviny $S_{AB}S_{AD}S_{AE}$ a $S_{FG}S_{GH}S_{CG}$ jsou navzájem rovnoběžné, tedy třetí rovina je protíná ve dvou navzájem rovnoběžných přímkách



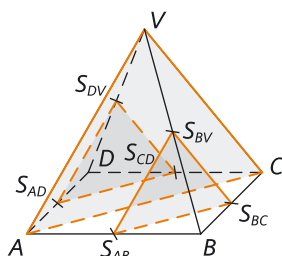
f) roviny $S_{BF}S_{CG}S_{GH}$ a $S_{AE}S_{AB}S_{CD}$ jsou navzájem rovnoběžné, tedy třetí rovina je protíná ve dvou navzájem rovnoběžných přímkách



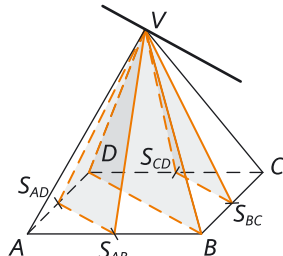
24. a) společný právě jeden bod



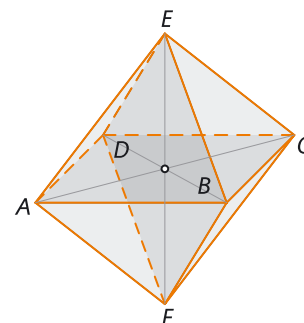
b) navzájem rovnoběžné



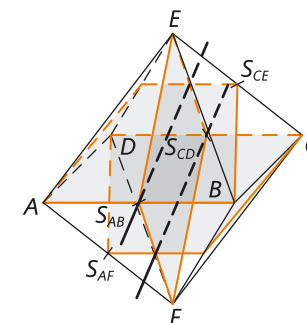
c) protínají se v jedné přímce



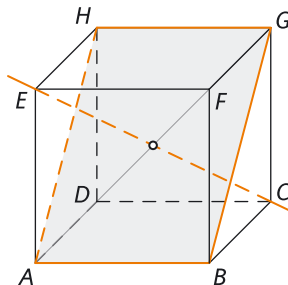
25. a) společný právě jeden bod, a to střed



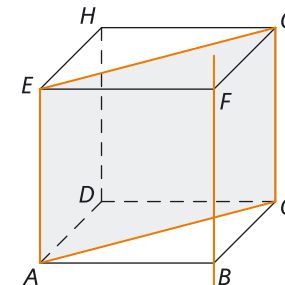
b) roviny ABS_{CE} a CDS_{AF} jsou navzájem rovnoběžné, tedy třetí rovina je protíná ve dvou navzájem rovnoběžných přímkách



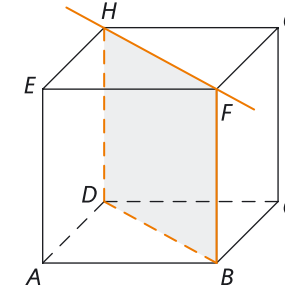
27. a) různoběžné



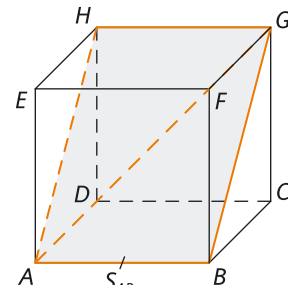
b) rovnoběžné



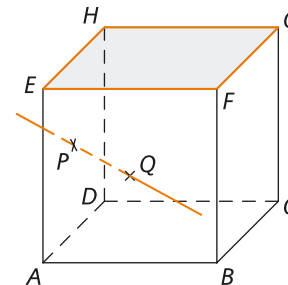
c) $FH \subset BDH$



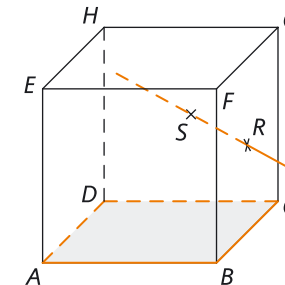
d) $AG \subset BHS_{AB}$



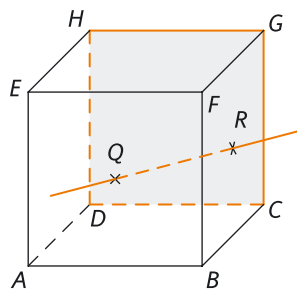
28. a) rovnoběžné



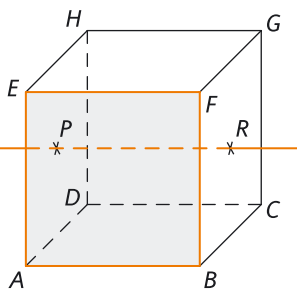
b) rovnoběžné



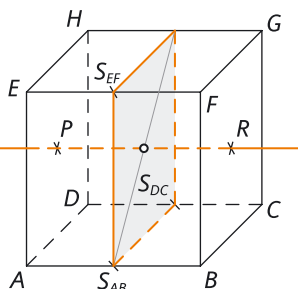
c) různoběžné



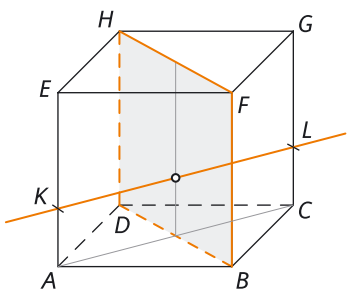
d) rovnoběžné



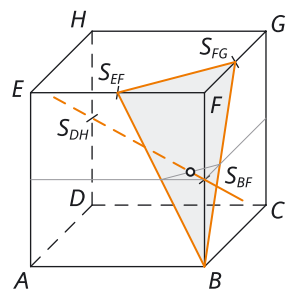
29. a) různoběžné



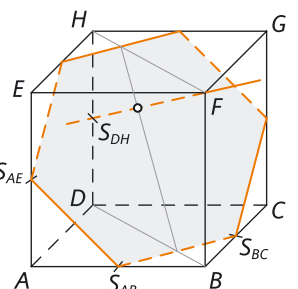
b) různoběžné



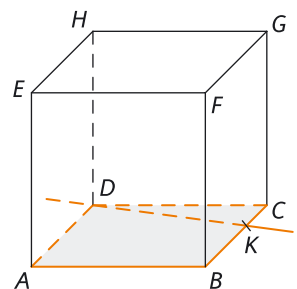
c) rovnoběžné



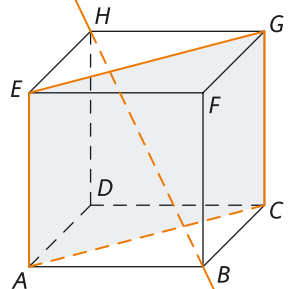
d) různoběžné



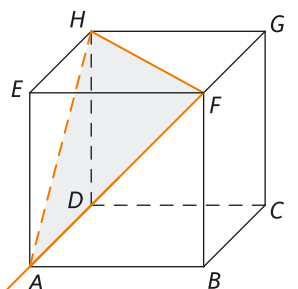
30. a) leží



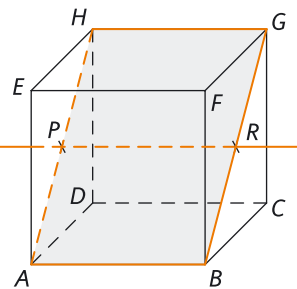
b) neleží



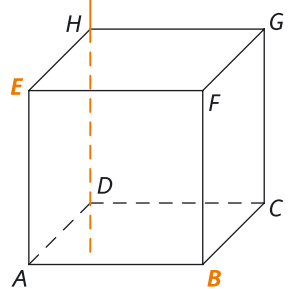
c) neleží



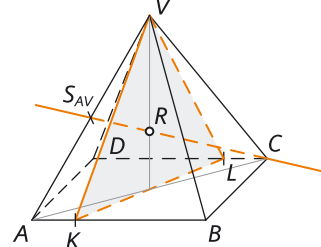
d) leží



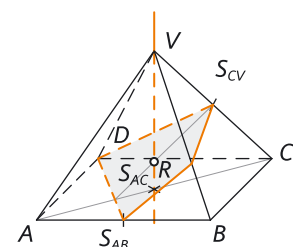
31. neleží



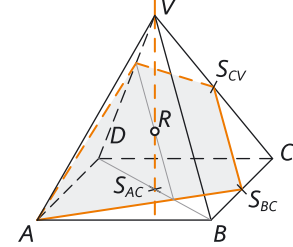
32. a)



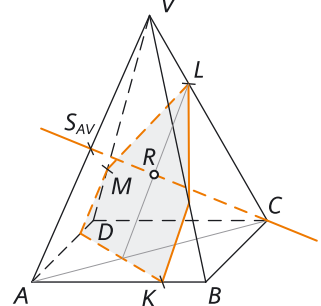
b)



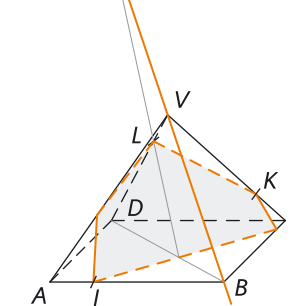
c)



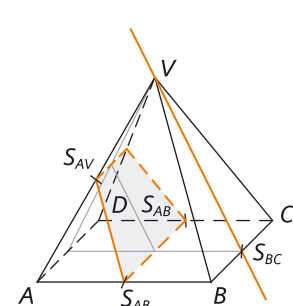
d)



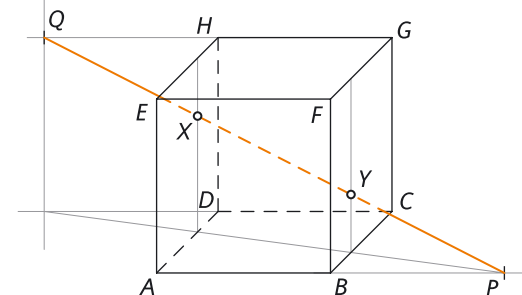
e)



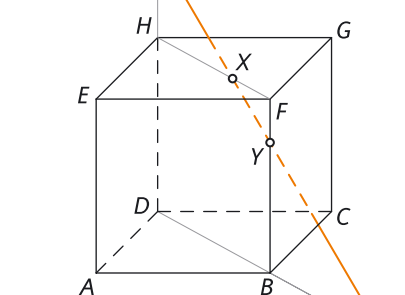
f) rovnoběžné



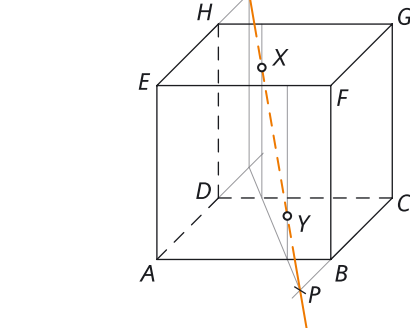
34. a)



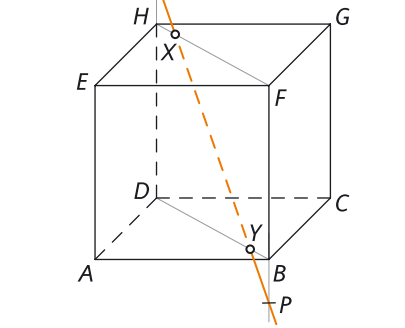
b)



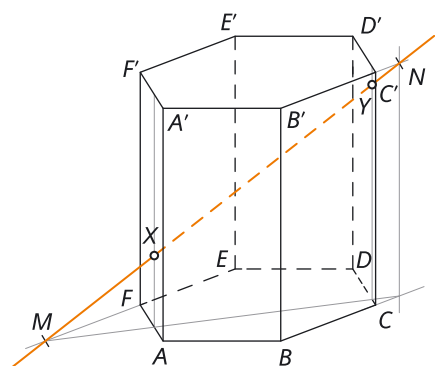
c)



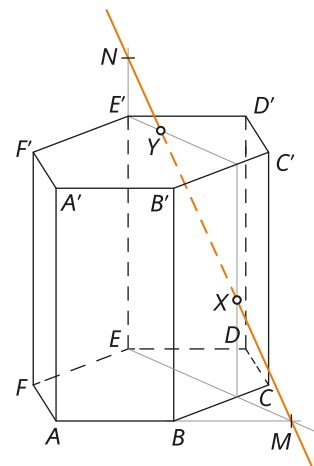
d)



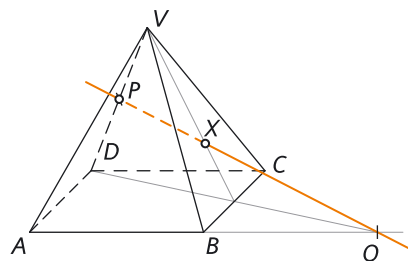
35. a)



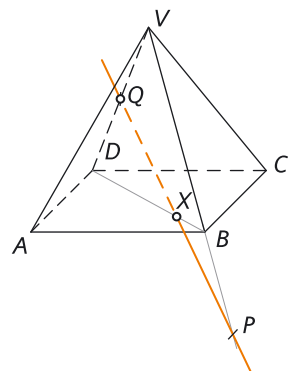
b)



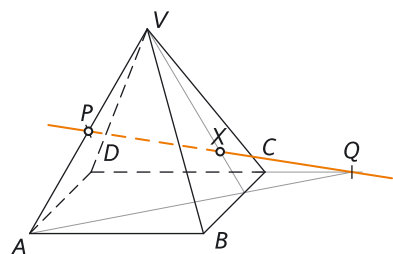
37. a)



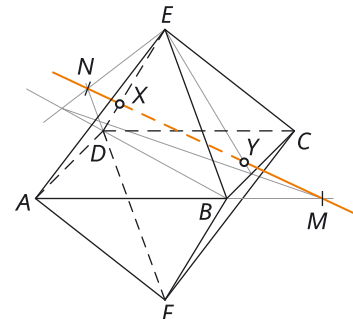
b)



c)



38.



39. a) 35,26°; b) 60°; c) 70,53°; 40. $\varphi = 33,85^\circ$; 41. $\varphi = 54,74^\circ$; 42. a) 90°;

b) 45°; c) 90°; 43. $\cos \varphi = \frac{a}{2\sqrt{a^2 + v^2}}$; 44. $\cos \varphi = \frac{2b^2 - a^2}{2b\sqrt{4a^2 + b^2}}$;

45. a) 35,26°; b) 54,73°; c) 45°; 46. $c^2 = a^2 + b^2$; 47. $\varphi = 60^\circ$;

49. $\sin \varphi = \frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}\sqrt{b^2 + c^2}}$; $\varphi = 35^\circ$; 50. a) 45°; b) 54,73°; c) 70,53°;

51. $\cos \varphi = \frac{1}{3}$, $\varphi = 70,53^\circ$; 52. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\sqrt{2}v}{a}$; 53. a) $a\sqrt{2}$; b) $a\sqrt{3}$; c) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$;

54. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; 55. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; 56. a) a ; b) $a\sqrt{\frac{2}{3}}$; c) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$;

57. $d = \frac{2av}{\sqrt{2v^2 + a^2}}$; 58. $d = \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$; 59. a) a ; b) $a\frac{2\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$;

60. $v = a\sqrt{\frac{2}{3}}$; 61. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$; 62. a) $a\sqrt{2}$; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{6}}{6}$;

63. $d = \frac{x\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$; 64. $d = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ cm; 65. a) $a\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$;

66. a) a ; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{3}}{2}$; 67. $d = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; 68. $d = \frac{c\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + 4c^2}}$;

69. $V = 15,625 \text{ cm}^3$; $S = 37,5 \text{ cm}^2$; 70. $V = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3$; $S = 72 \text{ cm}^2$;

71. $V = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{6}} = 125 \text{ cm}^3$; 72. $S = 6\sqrt[3]{V^2} = 600 \text{ cm}^2$; 73. $a = 50,42 \text{ cm}$;

74. $V = \frac{8\sqrt{3}}{9}r^3$; $S = 8r^2$; 75. a) $x = a\sqrt[3]{2}$; b) $x = a\sqrt{2}$; 76. $V = 48 \text{ cm}^3$;

$S = 88 \text{ cm}^2$; 77. $V = 288 \text{ cm}^3$; $S = 288 \text{ cm}^2$; 78. $V = 3 \text{ dm}^3$; 79. $S = 192 \text{ cm}^2$;

80. $V = \sqrt{S_1 S_2 S_3}$; 81. $V = 80 \text{ cm}^3$; 82. $V = a^2\sqrt{u^2 - 2a^2}$; 83. $V = 60$; $S = 94$;

84. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2v$; $S = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 + 3av$; 85. $V = \frac{4a^3 \cotg \varphi \cotg \psi}{\sqrt{(\cotg^2 \varphi + \cotg^2 \psi)^3}}$; $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$;

86. $S = 75\sqrt{3} + 30\sqrt{69} \text{ cm}^2$; $V = \frac{1}{2}225\sqrt{23} \text{ cm}^3$; 87. $V = \frac{1}{4}na^2 \cotg \frac{\pi}{n}$;

$S = n\left(\frac{1}{2}a^2 \cotg \frac{\pi}{n} + av\right)$; 88. $S = 2\left(ab + ac\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \cotg^2 \psi} + bc\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}\right)$;

89. rovina rozdělí hranu AB v poměru 1:4; 90. a) $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^2\sqrt{2b^2 - a^2}$;