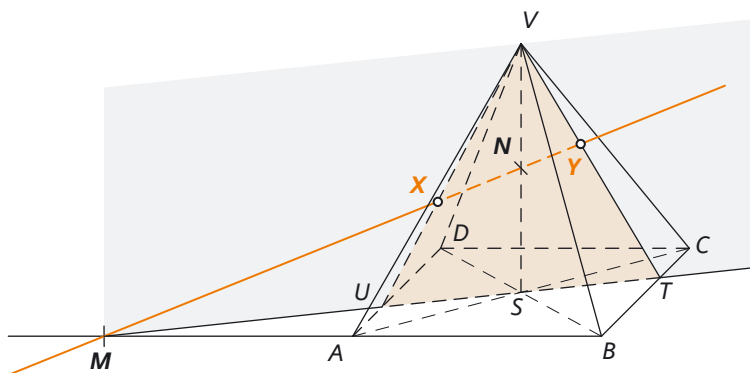


36.

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Určete průsečíky přímky MN s hranicí jehlanu. Pro body M, N platí: $A = S_{MB}, N = S_{SV}$, bod S je střed podstavy $ABCD$.



Přímkou MN proložíme rovinu, která prochází vrcholem jehlanu (tzv. vrcholovou rovinu) a určíme její řez UTV s jehlanem. Přímka MN protíná hranici tohoto řezu (tj. hranici jehlanu) v bodech XY .

37.

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Určete průsečíky přímky PQ s hranicí jehlanu. Pro body P, Q platí:

- a) $P = S_{DV}, B = S_{AQ}$
- b) P leží na $\rightarrow VB$ a platí $|VP| = 1,5|VB|$, $Q = S_{DV}$
- c) $P = S_{AV}, Q$ leží na $\rightarrow DC$ a platí $|DQ| = 1,5|DC|$

38.

Je dán pravidelný osmistěn $ABCDEF$. Určete průsečíky přímky MN s hranicí osmistěnu. Pro body M, N platí: M leží na $\rightarrow AB$ a platí $|AM| = 1,5|AB|$, N leží na $\rightarrow FD$ a platí $|FN| = 1,25|FD|$.

C. METRICKÉ VLASTNOSTI ÚTVARŮ V PROSTORU

C.1 Odchytky přímek a rovin

ODCHYLKA RŮZNOBĚŽNÝCH PŘÍMEK

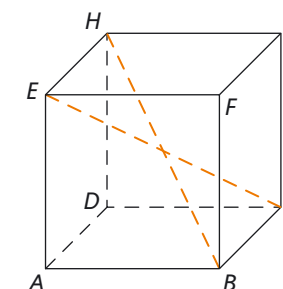
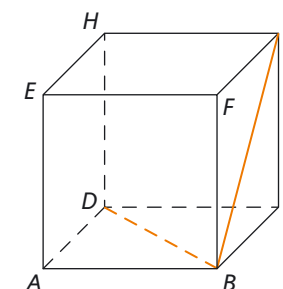
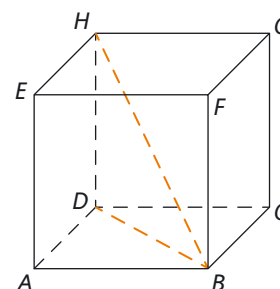
39.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete odchytku přímek

a) BD, BH

b) BD, BG

c) BH, CE



40.

Určete odchytku přímek AH, BH v kvádru $ABCDEFGH$, je-li dáno $|AB| = 3$ cm, $|AD| = 2$ cm, $|AE| = 4$ cm.

41.

Bod M je střed hrany AB tetraedru $ABCD$. Určete odchytku přímek DM, DC .

ODCHYLKA MIMOBĚŽNÝCH PŘÍMEK

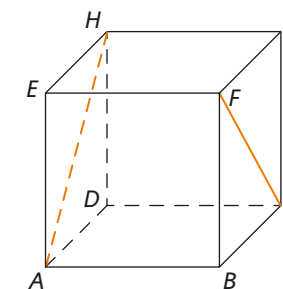
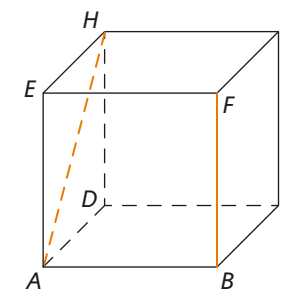
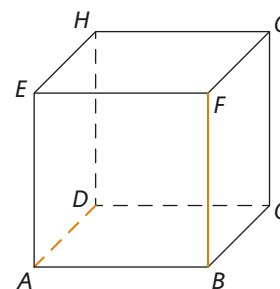
42.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete odchytku přímek

a) AD, BF

b) AH, BF

c) AH, CF



43.

V pravidelném trojbokém hranolu $ABCDEF$ je $|AB| = a$, $|AD| = v$. Vypočtete odchylku φ přímek AF, BC

44.

Bod M je střed hrany CV pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$. Určete odchylku φ přímek BV, AM , je-li dáno $|AB| = a$, $|AV| = b$.

ODCHYLKA PŘÍMKY A ROVINY

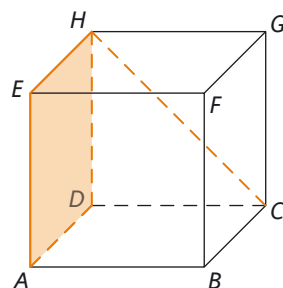
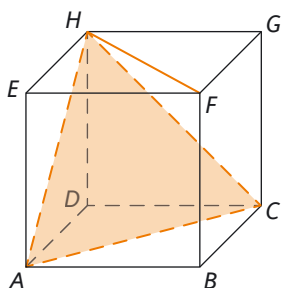
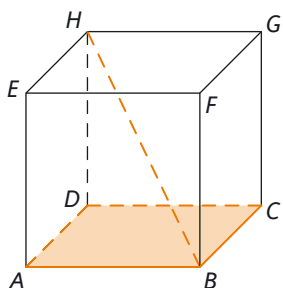
45.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete odchylku přímky a roviny

a) BH, ABC

b) FH, ACH

c) CH, ADH



46.

Odchylka tělesové úhlopříčky kvádru od roviny jeho podstavy je 45° . Určete vztah mezi délkami hran kvádru.

47.

Jaká musí být odchylka φ úsečky a roviny, aby kolmý průmět úsečky do této roviny měl poloviční velikost?

48.

Přímka n je kolmá k rovině ρ . Dokažte, že pro každou přímku m platí: $|\sphericalangle mp| = 90^\circ - |\sphericalangle mn|$.

49.

Je dán kvádr $ABCDEFGH$, $|AB| = a$, $|BC| = b$, $|AE| = c$. Vypočtete odchylku φ přímky BG a roviny BCE , je-li $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 6$ cm.

ODCHYLKA ROVIN

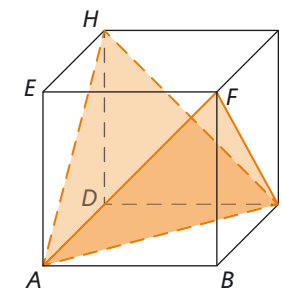
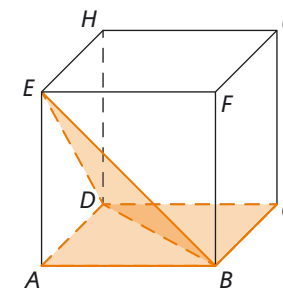
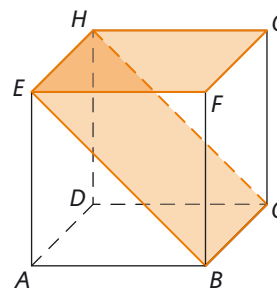
50.

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete odchylku rovin

a) BCH, EFG

b) BDE, ABC

c) ACE, ACH



51.

V tetraedru $ABCD$ určete odchylku rovin ABC, BCD .

52.

Body K, L jsou středy hran AB, BC pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$. Určete odchylku rovin VKL, ABC , je-li dána výška v jehlanu a velikost a podstavné hrany.

C.2 Vzdálenosti bodů, přímek a rovin

VZDÁLENOST BODŮ

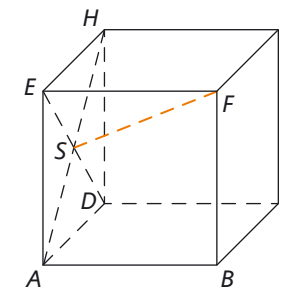
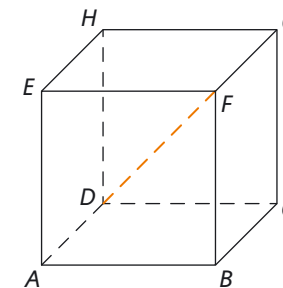
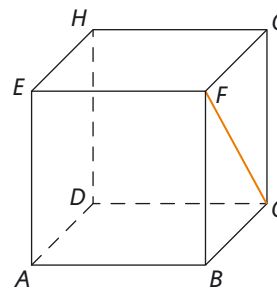
53.

V krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky a je bod S průsečík úhlopříček AH, DE . Vypočtete vzdálenost bodů:

a) F, C

b) F, D

c) F, S



54.

V kvádru $ABCDEFGH$ s délkami hran $|AB| = a$, $|BC| = b$, $|AE| = c$ vypočítejte vzdálenost d bodů B, H .

55.

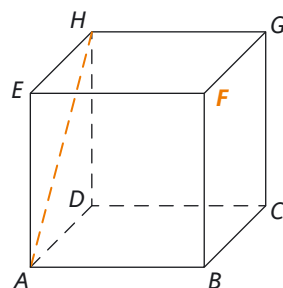
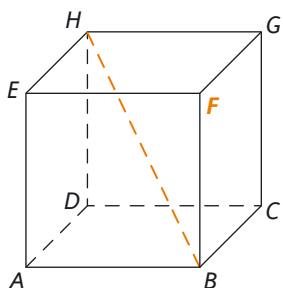
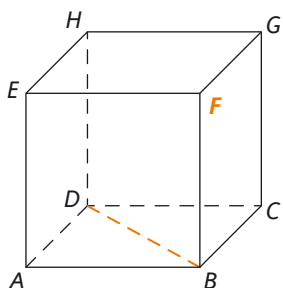
Body P, Q jsou středy hran AB, CD pravidelného čtyřstěnu $ABCD$ s délkou hrany a . Vypočítejte vzdálenost d bodů P, Q .

VZDÁLENOST BODU OD PŘÍMKY

56.

V krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky a vypočítejte vzdálenost bodu F od přímky

- a) BD b) BH c) AH



57.

V pravidelném čtyřbokém jehlanu $ABCDV$ výšky v a podstavnou hranou délky a vypočítejte vzdálenost d bodu A od přímky CV .

58.

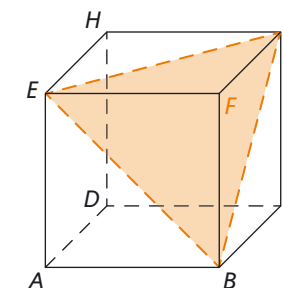
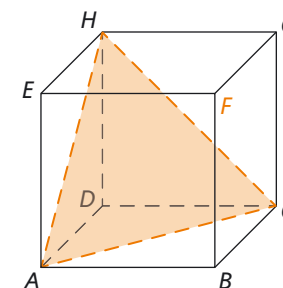
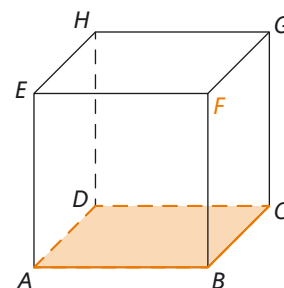
V kvádru $ABCDEFGH$ s délkami hran $|AB| = a$, $|BC| = b$, $|AE| = c$ vypočítejte vzdálenost d bodu A od tělesové úhlopříčky BH .

VZDÁLENOST BODU OD ROVINY

59.

V krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky a vypočítejte vzdálenost bodu F od roviny

- a) ABC b) ACH c) BEG



60.

Vypočítejte výšku pravidelného čtyřstěnu s délkou hrany a .

61.

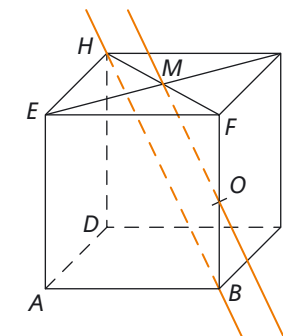
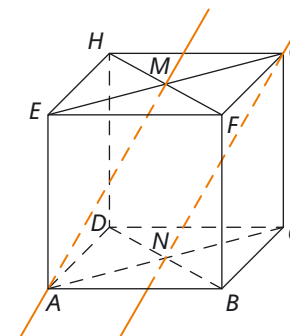
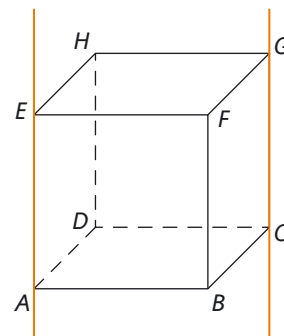
V pravidelném čtyřbokém jehlanu $ABCDV$ je bod S středem podstavy. Vypočítejte vzdálenost d bodu S od roviny jeho pobočné stěny, je-li dáno $|AB| = |SV| = a$.

VZDÁLENOST PŘÍMEK

62.

V krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky a je bod M průsečík přímek EG, FH , bod N je průsečík přímek BD, AC a bod O je střed hrany BF . Vypočítejte vzdálenost přímek:

- a) AE, CG b) AM, GN c) BH, MO



63.

V pravidelném čtyřbokém jehlanu $ABCDV$ jsou body K, L po řadě vnitřní body hran AV a DV takové, že $KL \parallel AD$. Vyjádřete vzdálenost d přímky KL od roviny ABC pomocí její vzdálenosti x od přímky AD , je-li $|AB| = a$, $|AV| = b$.

64.

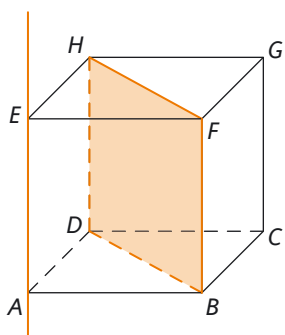
Je dána krychle $ABCDEFGH$, body M, N jsou po řadě středy hran EF, FG . Vypočítejte vzdálenost d přímek MN, AC , je-li $|AB| = 6$ cm.

VZDÁLENOST PŘÍMKY A ROVINY

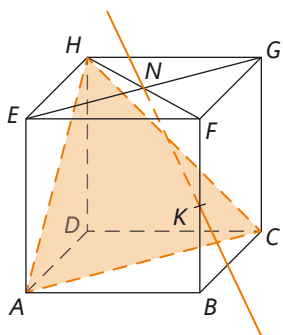
65.

V krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky a jsou body K, L, M po řadě středy hran BF, DH, AE a bod N je průsečík úhlopříček EG, FH . Vypočítejte vzdálenost přímky a roviny

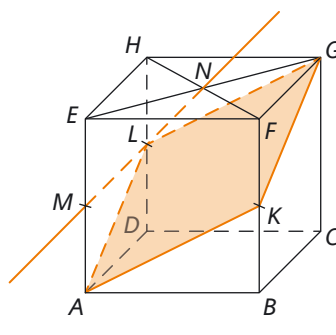
a) AE, BDF



b) KN, ACH



c) $MN, AKLG$

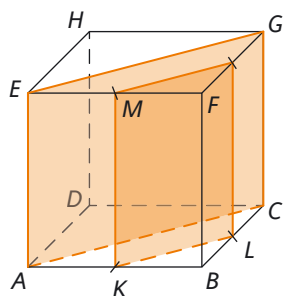


VZDÁLENOST DVOU ROVIN

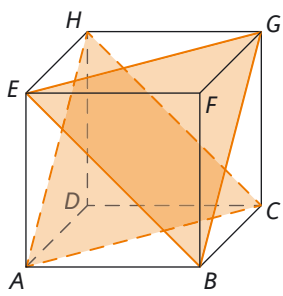
66.

V krychli $ABCDEFGH$ jsou body K, L, M, O, P po řadě středy hran AB, BC, EF, GH, EH . Vypočítejte vzdálenost rovin

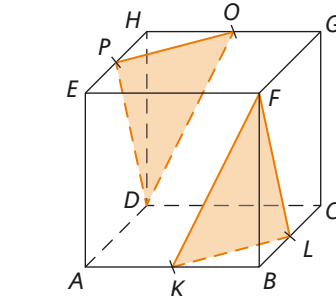
a) ACE, KLM



b) ACH, BEG



c) KLF, DPO



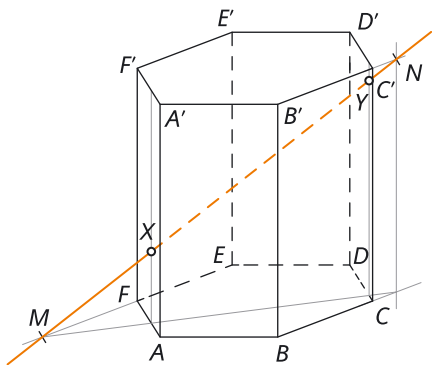
67.

V krychli $ABCDEFGH$ s hranou délky a jsou body P, Q, R po řadě středy hran EF, BF, CG . Vypočítejte vzdálenost d rovin BCE, PQR .

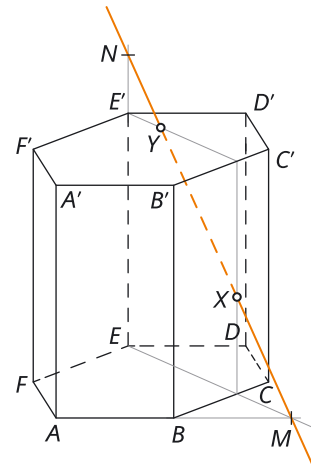
68.

V kvádru $ABCDEFGH$ s hranami délek $|AB| = a, |BC| = b, |AE| = c$ vypočítejte vzdálenost rovin ACH, BEG .

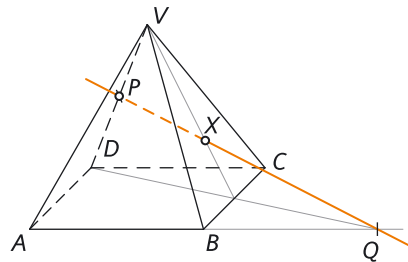
35. a)



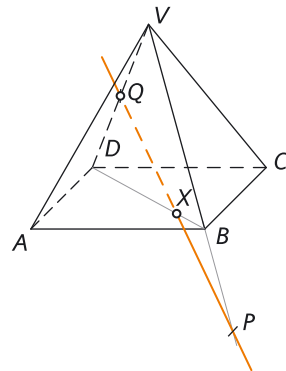
b)



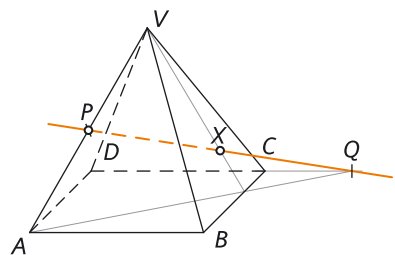
37. a)



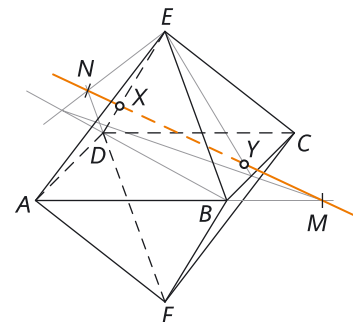
b)



c)



38.



39. a) 35,26°; b) 60°; c) 70,53°; 40. $\varphi = 33,85^\circ$; 41. $\varphi = 54,74^\circ$; 42. a) 90°; b) 45°; c) 90°; 43. $\cos \varphi = \frac{a}{2\sqrt{a^2 + v^2}}$; 44. $\cos \varphi = \frac{2b^2 - a^2}{2b\sqrt{4a^2 + b^2}}$;
 45. a) 35,26°; b) 54,73°; c) 45°; 46. $c^2 = a^2 + b^2$; 47. $\varphi = 60^\circ$;
 49. $\sin \varphi = \frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}\sqrt{b^2 + c^2}}$; $\varphi = 35^\circ$; 50. a) 45°; b) 54,73°; c) 70,53°;
 51. $\cos \varphi = \frac{1}{3}$, $\varphi = 70,53^\circ$; 52. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\sqrt{2}v}{a}$; 53. a) $a\sqrt{2}$; b) $a\sqrt{3}$; c) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$;
 54. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; 55. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; 56. a) a ; b) $a\sqrt{\frac{2}{3}}$; c) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$;
 57. $d = \frac{2av}{\sqrt{2v^2 + a^2}}$; 58. $d = \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$; 59. a) a ; b) $a\frac{2\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$;
 60. $v = a\sqrt{\frac{2}{3}}$; 61. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$; 62. a) $a\sqrt{2}$; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{6}}{6}$;
 63. $d = \frac{x\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$; 64. $d = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ cm; 65. a) $a\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$;
 66. a) a ; b) $a\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $a\frac{\sqrt{3}}{2}$; 67. $d = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; 68. $d = \frac{c\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + 4c^2}}$;
 69. $V = 15,625 \text{ cm}^3$; $S = 37,5 \text{ cm}^2$; 70. $V = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3$; $S = 72 \text{ cm}^2$;
 71. $V = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{6}} = 125 \text{ cm}^3$; 72. $S = 6\sqrt[3]{V^2} = 600 \text{ cm}^2$; 73. $a = 50,42 \text{ cm}$;
 74. $V = \frac{8\sqrt{3}}{9}r^3$; $S = 8r^2$; 75. a) $x = a\sqrt[3]{2}$; b) $x = a\sqrt{2}$; 76. $V = 48 \text{ cm}^3$;
 $S = 88 \text{ cm}^2$; 77. $V = 288 \text{ cm}^3$; $S = 288 \text{ cm}^2$; 78. $V = 3 \text{ dm}^3$; 79. $S = 192 \text{ cm}^2$;
 80. $V = \sqrt{S_1 S_2 S_3}$; 81. $V = 80 \text{ cm}^3$; 82. $V = a^2\sqrt{u^2 - 2a^2}$; 83. $V = 60$; $S = 94$;
 84. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2v$; $S = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 + 3av$; 85. $V = \frac{4a^3 \cotg \varphi \cotg \psi}{\sqrt{(\cotg^2 \varphi + \cotg^2 \psi)^3}}$; $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$;
 86. $S = 75\sqrt{3} + 30\sqrt{69} \text{ cm}^2$; $V = \frac{1}{2}225\sqrt{23} \text{ cm}^3$; 87. $V = \frac{1}{4}na^2 \cotg \frac{\pi}{n}$;
 $S = n\left(\frac{1}{2}a^2 \cotg \frac{\pi}{n} + av\right)$; 88. $S = 2\left(ab + ac\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \cotg^2 \psi} + bc\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}\right)$;
 89. rovina rozdělí hranu AB v poměru 1:4; 90. a) $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^2\sqrt{2b^2 - a^2}$;