

VÝROKY

1) Vyberte z daných jazykových výrazů výroky, stanovte jejich pravdivostní hodnotu a výroky správně negujte:

- a) Úvod do matematiky.
- b) Je Paříž hlavní město Francie?
- c) Nespěchej!
- d) Číslo dvě je prvočíslo.
- e) $3 \cdot 4 \leq 12$
- f) Pro každé reálné číslo x je $|x| < 0$.
- g) $x + 2 > 0$.
- h) Číslo pět je dělitelné dvěma.
- i) Těžnice trojúhelníka je vždy delší než jeho výška.
- j) Úhlopříčky kosočtverce jsou navzájem kolmé.

2) Utvořte negace následujících výroků a rozhodněte o pravdivosti daných výroků:

- a) Každé prvočíslo je liché číslo.
- b) Dvě různé přímky mohou mít jeden společný bod.
- c) Rovnice $x + 3 = 15$ má aspoň jeden kořen.
- d) Je možné sestavit aspoň jeden čtverec, který má obvod 86m.
- e) Aspoň tři hrany pravidelného jehlanu mají stejnou velikost.

3) Utvořte negaci výroků:

- a) Nejvýše dva žáci jsou nemocní.
- b) Nikdo z nás neměl úraz.
- c) Právě tři žáci jsou s rodiči na horách.
- d) Aspoň pět žáků má připravený referát.
- e) Ani jeden žák nechodí do vyučování pozdě.
- f) Každý pravidelně sportuje.
- g) Aspoň jeden žák nemá kočku.

4) V následujících sděleních nahradte slovy aspoň, právě, každý, žádný, nejvýše slova používané v běžné hovorové řeči:

- a) Někdo to vyřešil.
- b) Nikdo nekouří.
- c) Kdokoli se může přihlásit.
- d) Je mu sotva osmnáct roků.
- e) Nejméně dvě branky dostali zbytečně.
- f) Něco jsme našli. (Udejte odhad počtu věcí.)
- g) Pavel nenašel nic. (Udejte počet věcí.)
- h) Někdo to tam odnesl. (Udejte odhad počtu lidí.)
- i) Zkoušel to všemožnými způsoby.

5) Daný výrok A zformulujte způsobem, který je v matematice běžnější. Pak tento výrok negujte a rozhodněte o pravdivosti výroku A:

- a) Některé zlomky se nedají zjednodušit.
- b) Všechny násobky čísla osm jsou sudá čísla.
- c) Některé násobky čísla sedm jsou i násobky čísla 5.
- d) Kterýkoli trojúhelník má součet velikostí těžnic větší než součet velikostí stran.
- e) Ani jedno řešení nerovnice $x + 1 < 0$ není kladné číslo.

6) Určete negaci výroků:

- a) Platí aspoň jeden z výroků A, B.
- b) Platí každý z výroků A, B.
- c) Neplatí žádný z výroků A, B.
- d) Platí nejvýše jeden z výroků A, B.
- e) Aspoň jeden z výroků A, B neplatí.
- f) Platí právě jeden z výroků A, B.
- g) Neplatí právě jeden z výroků A, B.

7) Utvořte negaci těchto výroků:

- a) Bude nás tam nejméně šest.
- b) Nikdo nebyl proti návrhu.
- c) Dané křivky se protínají právě ve dvou bodech.
- d) Budu studovat nejvýše pět let.

8) V každé z následujících vět odlište jednotlivé výroky a logické spojky:

- a) $7 \cdot 3 = 21$ a $4 > 1$
- b) Petr šel do kina a Karel šel do knihovny.
- c) Není pravda, že $3 > 7$.
- d) Jan půjde na večírek nebo zůstane doma.
- e) Jestliže bude sníh, pojedu lyžovat.
- f) Číslo je dělitelné čtyřmi právě tehdy, když je dělitelné dvěma.

9) Máme výroky A: Trojúhelník je pravoúhlý. B: V trojúhelníku platí Pythagorova věta.

Utvořte konjunkci, disjunkci, implikaci a ekvivalenci.

10) V následujících větách najděte jednoduché výroky, z nichž jsou věty složeny, označte je symboly, určete logické spojky a dané věty napište symbolicky a výroky negujte:

- a) V zimě sněží a mrzne.
- b) Na večeři přijde Petr nebo Pavel.
- c) Není pravda, že nemám sourozence.
- d) Když se budu učit, dosáhnu lepších výsledků.
- e) Podám si přihlášku na vysokou školu právě tehdy, když dobře odmaturuji.

11) Určete pravdivostní hodnoty výrokových formulí:

a) $(A \Rightarrow \neg B) \wedge (B \Leftrightarrow \neg A)$

b) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \wedge \neg B)$

c) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

d) $(A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg A)$

e) $(\neg A \wedge \neg B) \vee (B \Rightarrow \neg A)$

f) $(A \vee \neg B) \Rightarrow (C \wedge B)$

g) $(C \Rightarrow \neg A) \wedge (\neg B \Leftrightarrow C)$

12) Jsou dány výroky A: Číslo pět je sudé B: Číslo sedm je liché. Vytvořte složené výroky $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \Rightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$ a určete jejich pravdivostní hodnoty:

13) Určete, které z daných implikací jsou pravdivé:

a) Je-li 3 prvočíslo, pak také 3^3 je prvočíslo.

b) Je-li dané přirozené číslo dělitelné dvěma, pak je sudé.

c) Je-li pět sudé číslo, pak $5 + 5$ je liché číslo.

14) Negujte složené výroky:

a) Číslo deset je dělitelné dvěma nebo pěti.

b) Je-li číslo deset dělitelné dvěma, je i číslo sto dělitelné dvěma.

c) Přirozené číslo je dělitelné deseti právě tehdy, když je sudé.

d) Číslo deset je dělitelné dvěma i pěti.

15) Negujte následující výroky:

a) Žádný maturant nepropadl.

b) Každý student je pilný.

c) Alespoň tři studenti, mají vyznamenání.

d) Daná rovnice má právě dva reálné kořeny.

e) Nejvýše jeden vnitřní úhel trojúhelníka je pravý.

f) Alespoň jedno prvočíslo je sudé.

g) Platí nejvýše tři z výroků A, B, C, D, E.

h) žádný poslanec nehlasoval proti návrhu zákona.

i) Každé prvočíslo je liché.

j) Úkol bude vyřešen nejvýše za 5 hodin.

k) Nejméně tři dny pršelo.

l) Alespoň v jedné věci se shodneme.

m) Na film se nepřišel podívat žádný divák.

n) O práci měli zájem právě čtyři chlapci.

o) Daná rovnice nemá žádný nulový a žádný záporný kořen.

p) Daný trojúhelník je rovnoramenný a alespoň jeden jeho úhel má velikost menší než 60° .

16) Pomocí tabulky pravdivostních hodnot ověřte, že se jedná o tautologii:

a) $(\neg A \vee B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$

b) $(\neg A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \vee B)$

c) $(\neg A \Rightarrow B) \wedge \neg(A \vee B)$

17) Petr říká: „V tomto roce připadne 1.leden na středu.“ Zuzka mu oznamuje: „V tomto roce připadl 1.leden na pátek.“ Jana poznamenala: „V tomto roce nebyl 1.leden ve středu.“

- a) Porovnejte pravdivost výroků Petra a Zuzky.
- b) Musí mít výrok Zuzky nevyhnutelně jinou pravdivostní hodnotu než Petrův výrok?
- c) Který z výroků je pravdivý a který nepravdivý, jestliže byl 1.leden v sobotu?

18) Vyberte správné negace výroků:

- a) Mám víc než pět korun. Negace: Nemám ani korunu. Mám méně než pět korun. Mám dvacet korun. Mám pět nebo méně korun.
- b) Kořen této rovnice je záporný. Negace: Kořen této rovnice není záporný. Tato rovnice nemá kořen. Kořen této rovnice je kladný. Kořen této rovnice se nerovná nule. Kořen této rovnice je nezáporný.

19) Květa si pozvala na oslavu svých osmnáctin přátele. Uvažujte takto:

- a) Alena a Boris chodí vždycky spolu. Přijdou oba nebo ani jeden.
- b) Přijde Boris nebo Dan, ale určitě ne oba.
- c) Když přijde Alena, pak přijde i Eva.
- d) Když Eva nepřijde, nepřijde Dan.

S jakým největším počtem přátel může Květa počítat? Vyplývá z Květiny úvahy, že může nastat situace, kdy nepřijde ani jeden z pozvaných?

20) Ve volebním programu jsou zahrnuty tyto tři akce: asanace budov na náměstí. výstavba střediska služeb, oprava kulturního domu. Odbor výstavby dostal toto vyjádření:

Dopravní podnik: „Zahájíte-li asanaci budov, nezačínáte s výstavbou střediska služeb.“

Památková péče: „Zahajte opravu kulturního domu, nebo asanaci budov, ale ne obě akce najednou.“

Okresní hygienik: „Začněte pracovat právě na dvou z těchto tří akcí.“

Odbor výstavby rozhodl tak, že vyhověl všem třem vyjádřením. Jak rozhodl?

21) Trenér se věnuje trojici gymnastů – Adamovi, Břěťovi a Čenčkovi. Rozhodněte, koho vyšle na kontrolní závod, jestliže splní tyto tři podmínky:

Družstvo budou reprezentovat nejvýše dva závodníci, přitom pojede aspoň jeden.

Pojede Adam nebo Čeněk, ale určitě ne oba současně.

Nepojede-li Čeněk, pak nepojede ani Břěť.

22) V souvislosti s otevřením další části metra se uvažuje o účelnosti autobusových linek A, B, C, D. Je přitom třeba vzít v úvahu tyto tři skutečnosti:

Aspoň jedna z linek A, B, C bude zrušena.

Bude-li zrušena linka A, pak bude zachována linka B nebo D.

Nebude-li zrušena linka C, pak bude zrušena linka A nebo D.

Najděte všechna řešení a rozhodněte, zda stačí zachovat jen jednu z linek.

Řešení:

- 1) a) Nejedná se o výrok, sdělení není oznamovací věta, o které by se dalo říct, zda je či není pravdivá.
b) Nejedná se o výrok, protože sdělení není oznamovací věta.
c) Nejedná se o výrok, protože sdělení není oznamovací věta.
d) pravdivý výrok, negace: Číslo dvě není prvočíslo.
e) pravdivý výrok, negace: $3 \cdot 4 > 12$
f) nepravdivý výrok, negace: Pro žádné reálné číslo x není $|x| < 0$. (nebo Pro každé reálné číslo x je $|x| \geq 0$. nebo Existuje alespoň jedno reálné číslo x , pro které není $|x| < 0$.)
g) Nejedná se o výrok, neboť neznáme hodnotu x a nelze tedy jednoznačně rozhodnout zda tvrzení platí či neplatí. Jedná se o tzv. **výrokovou formuli** (po dosazení za proměnnou x získáme výrok)
h) nepravdivý výrok, negace: Číslo pět není dělitelné dvěma.
i) nepravdivý výrok (např. v rovnostranném trojúhelníku má výška stejnou velikost jako těžnice), negace: Těžnice trojúhelníku není vždy delší než jeho výška. (nebo Existuje aspoň jeden trojúhelník, jehož těžnice je menší nebo rovna výšce.)
j) pravdivý výrok, negace: Úhlopříčky kosočtverce nejsou navzájem kolmé (nebo: Existuje alespoň jeden kosočtverec, jehož úhlopříčky nejsou navzájem kolmé.)
- 2) a) nepravdivý výrok, číslo dvě je sudé a je to prvočíslo. negace: Alespoň jedno prvočíslo není liché (nebo Alespoň jedno prvočíslo je sudé.)
b) pravdivý výrok, negace: Dvě různé přímky nemohou mít žádný společný bod.
c) pravdivý výrok, negace: Rovnice $x + 3 = 15$ nemá žádný kořen. (Rovnice $x + 3 = 15$ nemá ani jeden kořen.)
d) pravdivý výrok, negace: Není možné sestavit žádný čtverec, který má obvod 86 m.
e) pravdivý výrok, negace: Nejvýše dvě hrany pravidelného jehlanu mají stejnou velikost.
- 3) a) Aspoň dva žáci jsou nemocní.
b) Aspoň jeden z nás měl úraz.
c) Nejvýše dva nebo alespoň čtyři žáci jsou s rodiči na horách (nebo Není pravda, že právě tři žáci jsou s rodiči na horách.)
d) Nejvýše čtyři žáci mají připravený referát.
e) Alespoň jeden žák chodí do vyučování pozdě.
f) Alespoň jeden pravidelně nesportuje.
g) Každý žák má kočku.
- 4) a) Aspoň jeden to vyřešil.
b) Žádný nekouří.
c) Každý se může přihlásit.
d) Je mu nejvýše osmnáct roků.
e) Aspoň dvě branky dostali zbytečně.
f) Aspoň jednu věc jsme našli.
g) Pavel nenašel žádnou věc.
h) Aspoň jeden to tam odnesl.
i) Zkoušel to každým způsobem.
- 5) a) Existuje aspoň jeden zlomek, který se nedá zjednodušit. Je to pravdivý výrok. negace: Neexistuje žádný zlomek, který se nedá zjednodušit. nebo Každý zlomek se dá zjednodušit. nebo Pro každý zlomek platí, že se dá zjednodušit.
b) Každý násobek čísla osm je sudé číslo. Je to pravdivý výrok. negace: Existuje alespoň jeden násobek čísla osm, který není sudým číslem. nebo Aspoň jeden násobek čísla osm není sudým číslem.
c) Existuje aspoň jeden násobek čísla sedm, který není násobkem čísla pět. Je to pravdivý výrok. Negace: Žádný násobek čísla sedm není násobkem čísla pět. nebo Pro každý násobek čísla sedm platí, že není násobkem čísla pět.
d) Každý trojúhelník má součet velikostí jeho těžnic větší než součet velikostí jeho stran. To je nepravdivý výrok. Negace: Existuje alespoň jeden trojúhelník, kde součet velikostí jeho těžnic není větší než součet velikostí jeho stran.
e) Žádné řešení nerovnice $x + 1 < 0$ není kladné číslo. nebo Každé řešení nerovnice $x + 1 < 0$ je záporné číslo. Je to pravdivý výrok. Negace: Existuje alespoň jedno řešení nerovnice $x + 1 < 0$, které je kladným číslem. nebo Existuje alespoň jedno nezáporné řešení nerovnice $x + 1 < 0$.
- 6) a) Neplatí žádný z výroků A, B.
b) Alespoň jeden z výroků A, B neplatí.
c) Alespoň jeden z výroků A, B platí.
d) Platí každý z výroků A, B.
e) Platí každý z výroků A, B.
f) Neplatí žádný z výroků A, B nebo platí každý z výroků A, B.

- g) Neplatí žádný z výroků A, B nebo platí každý z výroků A, B.
- 7) a) Bude nás tam nejvýše pět.
b) Alespoň jeden byl proti návrhu.
c) Dané křivky se protínají buď nejvýše v jednom bodě nebo alespoň ve třech bodech.
d) Budu studovat alespoň (nejméně) 6 let.
- 8) a) A: $7 \cdot 3 = 21$ B: $4 > 1$ logická spojka je „a“ (konjunkce)
b) A: Petr šel do kina. B: Karel šel do knihovny. logická spojka je „a“ (konjunkce)
c) A: Není pravda, že $3 > 7$. Je to negace výroku: $3 > 7$.
d) A: Jan půjde na večírek. B: Jan zůstane doma. logická spojka je „nebo“ (disjunkce)
e) A: Je sníh. B: Pojedu lyžovat. logická spojka je „jestliže.....pak“ (implikace)
f) A: Číslo je dělitelné čtyřmi. B: Číslo je dělitelné dvěma. logická spojka je „právě tehdy, když“ (ekvivalence)
- 9) konjunkce: Trojúhelník je pravoúhlý a platí v něm Pythagorova věta.
disjunkce: Trojúhelník je pravoúhlý nebo v něm platí Pythagorova věta.
implikace: Jestliže je trojúhelník pravoúhlý, pak v něm platí Pythagorova věta.
ekvivalence: Trojúhelník je pravoúhlý právě tehdy, když v něm platí Pythagorova věta.
- 10) a) A: V zimě sněží. B: V zimě mrzne. Logická spojka je „a“. Zápis: $A \wedge B$. Negace: V zimě nesněží nebo v zimě nemrzne.
b) C: Na večeri přijde Petr. D: Na večeri přijde Pavel. Logická spojka je „nebo“. Zápis: $C \vee D$. Negace: Na večeri nepříjde Petr ani nepříjde Pavel.
c) Celá věta je negací výroku: Nemám sourozence. Dá se přečíst jako: Mám sourozence. Negace tohoto výroku je: Nemám sourozence. nebo Není pravda, že mám sourozence.
d) A: Budu se učit. B: Dosáhnu lepších výsledků. Logická spojka je implikace. Zápis: $A \Rightarrow B$. Negace: Budu se učit a nedosáhnu lepších výsledků.
e) V: Podám si přihlášku na vysokou školu. W: Dobře odmaturuji. Logická spojka je ekvivalence. Zápis: $V \Leftrightarrow W$. Negace: Podám si přihlášku na vysokou školu a neodmaturuji dobře nebo si nepodám přihlášku na vysokou školu a odmaturuji dobře.
- 11) a) 0 1 1 0 b) 0 1 0 0 c) 1 1 1 1 (tautologie) d) 0 1 1 0 e) 0 1 1 1
f) 1 0 0 0 1 1 0 0 g) 0 1 0 0 0 1 1 0
- 12) Výrok A: Číslo pět je sudé je nepravdivý výrok. Nabývá hodnoty 0. Výrok B: Číslo sedm je liché je pravdivý výrok a nabývá tedy hodnoty 1.
 $A \wedge B$: Číslo pět je sudé a zároveň číslo sedm je liché. Tento složený výrok je nepravdivý (důkaz pomocí pravdivostní tabulky. 0 1 nedá v konjunkci 1, ale 0)
 $A \vee B$: Číslo pět je sudé nebo číslo sedm je liché. Tento složený výrok je pravdivý, neboť stačí aby byl pravdivý alespoň jeden z obou výroků (důkaz pomocí pravdivostní tabulky: 0 1 dá v disjunkci hodnotu 1.)
 $A \Rightarrow B$: Je-li číslo pět sudé, pak je číslo sedm liché. Tento složený výrok je pravdivý. (Důkaz pomocí pravdivostní tabulky: 0 1 dá v implikaci hodnotu 1.)
 $A \Leftrightarrow B$: Číslo pět je sudé právě tehdy, když číslo sedm je liché. Tento složený výrok je nepravdivý, protože ekvivalence je pravdivá, jsou-li buď oba výroky pravdivé nebo nepravdivé. (důkaz pomocí pravdivostní tabulky.)
- 13) a) Implikace je nepravdivá, protože výrok (3 je prvočíslo) je pravdivý a výrok (3^3 je prvočíslo) je nepravdivý.
b) Implikace je pravdivá, protože výrok (dané přirozené číslo je dělitelné dvěma) je pravdivý a výrok (dané přirozené číslo je sudé) je také pravdivý.
c) Implikace je pravdivá, protože výrok (5 je sudé číslo) je nepravdivý a výrok ($5+5$ je liché číslo) je také nepravdivý.
- 14) Využíváme negací složených výroků podle tabulky pravdivostních hodnot.
a) Číslo deset není dělitelné dvěma a zároveň není dělitelné pěti.
b) Číslo deset je dělitelné dvěma a zároveň číslo sto není dělitelné dvěma.
c) Přirozené číslo je dělitelné deseti a není sudé nebo přirozené číslo není dělitelné deseti a je sudé.
d) Číslo deset není dělitelné dvěma nebo není dělitelné pěti.
- 15) a) Alespoň jeden maturant propadl.
b) Alespoň jeden student není pilný.
c) Nejvýše dva studenti mají vyznamenání.
d) Daná rovnice má nejvýše jeden reálný kořen, nebo má alespoň tři reálné kořeny.
e) Alespoň dva vnitřní úhly trojúhelníka jsou pravé.
f) Žádné prvočíslo není sudé.
g) Alespoň čtyři z výroků A, B, C, D, E platí.
h) Alespoň jeden poslanec hlasoval proti návrhu zákona.
i) Alespoň jedno prvočíslo není liché. (Existuje alespoň jedno prvočíslo, které je sudé.)
j) Úkol bude vyřešen alespoň za 6 hodin.
k) Nejvýše dva dny pršelo.

- l) V žádné věci se neshodneme.
 - m) Na film se přišel podívat alespoň jeden divák.
 - n) O práci měli zájem nejvýše 3 chlapci, nebo alespoň 5 chlapců.
 - o) Daná rovnice má alespoň jeden nulový nebo alespoň jeden záporný kořen.
 - p) Daný trojúhelník není rovnoramenný nebo nemá žádný úhel o velikosti menší než 60° .
- 17)** a) pravdivostní hodnoty jsou různé. b) ano c) Výrok Petra je nepravdivý, výrok Zuzky je nepravdivý a výrok Jany je pravdivý.
- 18)** a) Mám pět nebo méně než pět korun.
b) Kořen této rovnice je nezáporný. Kořen této rovnice není záporný.
- 19)** Květa může počítat nejvíce se třemi přáteli, a to s Alenou, Borisem a Evou. Další a poslední možností je, že přijde Dan a Eva. Nenastane, že by nepřišel nikdo.
- 20)** Nedojde k asanaci, ale dojde k výstavbě střediska a k opravě kulturního domu.
- 21)** Trenér vyšle buď jen Adama nebo je Čeňka nebo Břet'u a Čeňka.
- 22)** Postačí zachovat jednu z linek A, B, D. Další možnosti jsou A, D nebo A, B nebo A, B, D nebo B, D nebo B, C nebo B, C, D nebo C, D nebo A, C.